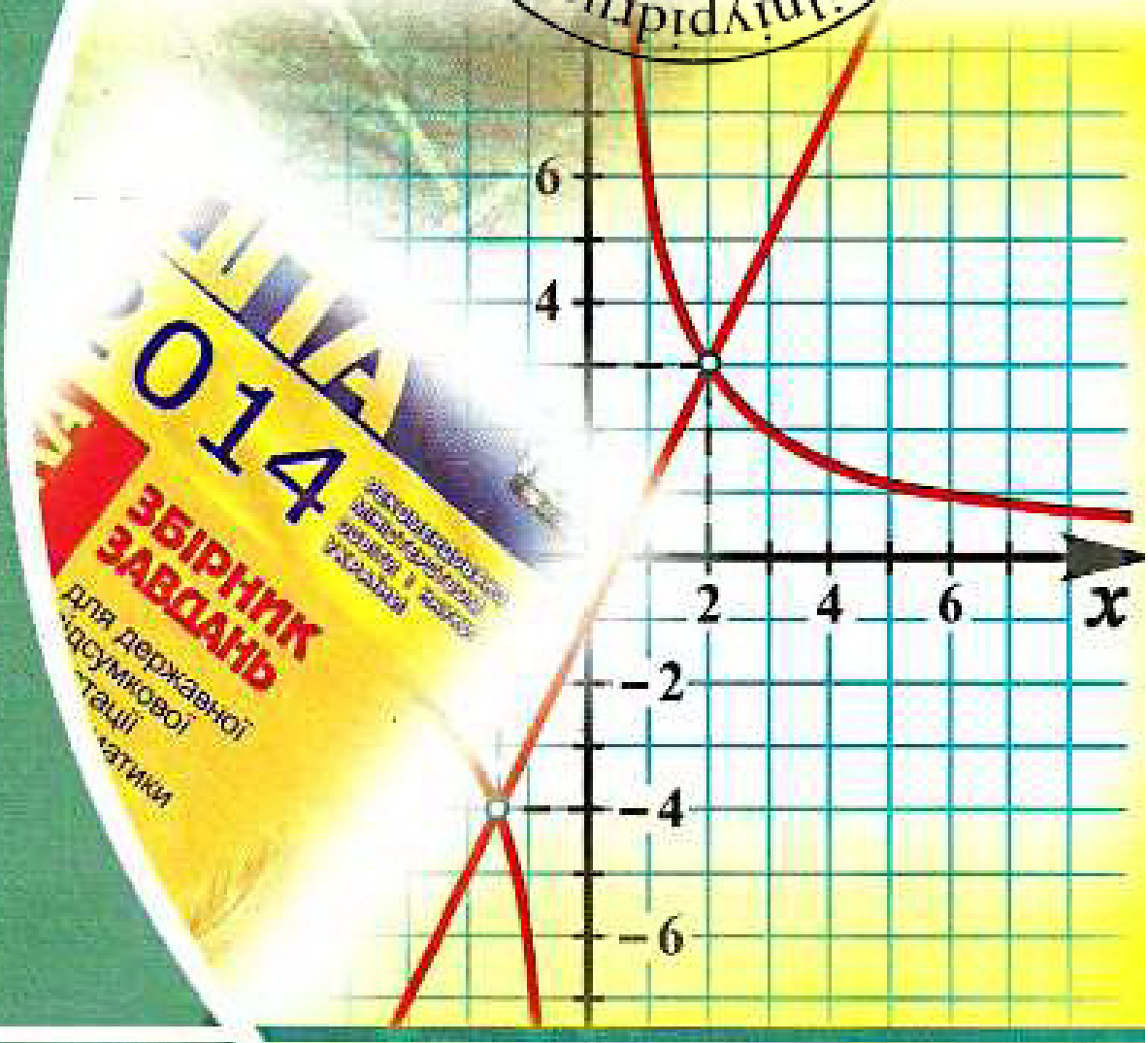
Математика 9

Державна підсумкова атестація

На допомогу учневі

+ чернетки

http://shkilnyypidruc.ucoz.ua/
Книга відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури



Видавництво
«Підручники і посібники»

2014

ВАРІАНТ № 1 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2			X	
1.3	X			
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6		X		
1.7	X			
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10		X		
1.11				
1.12			X	

http://shkilnyypidruc.ucoz.ua/ * http://shkilnyypidruc.ucoz.ua/
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 40%.

2.2 217.

2.3 [–7; 7,5].

2.4 $\frac{7(c-2)}{c}$.

2.5 10 см.

2.6 6 см.

Чернетка до частини 2

2.1. Маса солі в 60-відсотковому розчині — $0{,}6 \cdot 8 = 4{,}8$ (кг). Якщо 4 кг води долили, то маса розчину стала $8 + 4 = 12$ (кг). Вміст солі в новому розчині: $\frac{4{,}8}{12} = 0{,}4 = 40\%$.

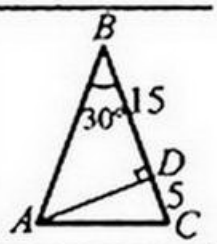
2.2. Використавши формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$, одержимо: $b_1 q^4 = 112$; $b_1 \cdot 2^4 = 112$; $b_1 = 7$. Тоді $S_5 = \frac{7 \cdot 2^5 - 7}{2-1} = 217$.

2.3. $\begin{cases} (x+8)(x-1) - x(x+5) \le 7, \\ \frac{x+1}{6} - x \le 6; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 7x - 8 - x^2 - 5x \le 7, \\ x + 1 - 6x \le 36; \end{cases} \begin{cases} 2x \le 15, \\ -5x \le 35; \end{cases} \begin{cases} x \le 7{,}5, \\ x \ge -7. \end{cases}$ $x \in [-7; 7{,}5]$.

2.4. $\frac{7c}{c+2} - \frac{c-8}{3c+6} \cdot \frac{84}{c^2-8c} = \frac{7c}{c+2} - \frac{c-8}{3(c+2)} \cdot \frac{84}{c(c-8)} = \frac{7c}{c+2} - \frac{28}{c(c+2)} = \frac{7c^2-28}{c(c+2)} = \frac{7(c^2-4)}{c(c+2)} =$
$= \frac{7(c+2)(c-2)}{c(c+2)} = \frac{7(c-2)}{c}$.

2.5. $AD = BD\operatorname{tg}30° = 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}$ (см).

$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{25 \cdot 3 + 25} = 10$ (см).

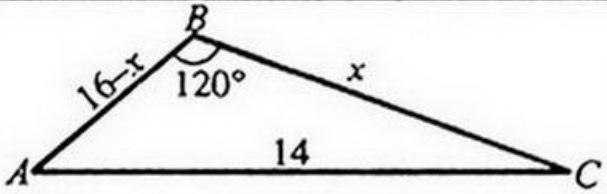


2.6. $x^2 + (16-x)^2 - 2x(16-x)\cos 120° = 14^2$;

$x^2 + 256 - 32x + x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} x \cdot (16-x) = 196$;

$x^2 - 16x + 60 = 0$; $x_1 = 6$, $x_2 = 10$. $AB = 6$ см,

$BC = 10$ см або $AB = 10$ см, $BC = 6$ см.

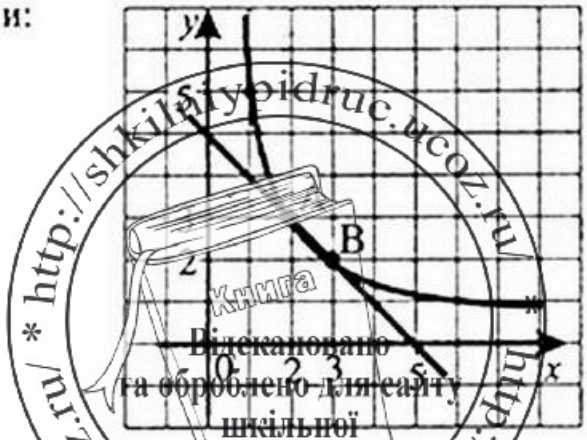


3.1. Координати точок перетину знайдемо із системи:

$$\begin{cases} y = \dfrac{6}{x}, \\ y = 5 - x. \end{cases}$$ Отже: $5 - x = \dfrac{6}{x}$; $x(5-x) = 6$;

$x^2 - 5x + 6 = 0$; $x_1 = 2$, $x_2 = 3$. $y_1 = 3$, $y_2 = 2$.

Відповідь: (2; 3), (3; 2).



http://shkilnytypidruc.ucoz.ru/ * http://shkilnytypidruc.ucoz.ru/
Книга
Відсканована та оброблена для сайту шкільної літератури

3.2. Нехай x км/год — початкова швидкість поїзда. 24 км він проїхав за $\dfrac{24}{x}$ год. Біля семафора він витратив 12 хв$= \dfrac{1}{5}$ год. 64–24=40 (км) поїзд проїхав зі швидкістю $(x+10)$ км/год за $\dfrac{40}{x+10}$ год. Поїзд запізнився на 4 хв$= \dfrac{1}{15}$ год. За графіком він повинен був затратити на весь шлях $\dfrac{64}{x}$ год. Рівняння: $\dfrac{24}{x} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{40}{x+10} - \dfrac{64}{x} = \dfrac{1}{15}$;

$\dfrac{2}{15} + \dfrac{40}{x+10} - \dfrac{40}{x} = 0$; $\dfrac{2x(x+10) + 40 \cdot 15x - 40 \cdot 15(x+10)}{15x(x+10)} = 0$; $\dfrac{x^2 + 10x - 3000}{15x(x+10)} = 0$;

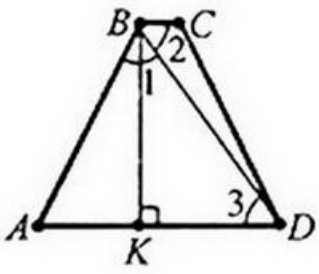
$\begin{cases} x^2 + 10x - 3000 = 0, \\ x \neq -10,\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -60,\ x_2 = 50, \\ x \neq -10,\ x \neq 0. \end{cases}$ $x = -60$ не задовольняє умову задачі. Отже, початкова швидкість поїзда 50 км/год. *Відповідь:* 50 км/год.

3.3. Звільнимось від ірраціональності у знаменниках дробів:

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{15}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{27}+\sqrt{31}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{7}}{3-7} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{11}}{7-11} + \frac{\sqrt{11}-\sqrt{15}}{11-15} + \ldots +$$

$$+ \frac{\sqrt{27}-\sqrt{31}}{27-31} = -\frac{\sqrt{3}-\sqrt{7}+\sqrt{7}-\sqrt{11}+\ldots+\sqrt{27}-\sqrt{31}}{4} = -\frac{\sqrt{3}-\sqrt{31}}{4} = \frac{\sqrt{31}-\sqrt{3}}{4}.$$ *В-дь:* $\dfrac{\sqrt{31}-\sqrt{3}}{4}$.

3.4. Нехай $ABCD$ ($AD \| BC$) — рівнобічна трапеція, $AD = 17$ см, $BC = 1$ см, BK — висота трапеції, BD — бісектриса кута B, а значить, $\angle 1 = \angle 2$. $\angle 2 = \angle 3$, бо $BC \| AD$ і BD — січна. Отже, $\angle 1 = \angle 3$ і $AB = AD = 17$ см. $AK = (AD - BC) : 2 = (17 - 1) : 2 = 8$ (см). З прямокутного трикутника AKB ($\angle K = 90°$): $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ (см). Знайдемо площу трапеції: $S_{тр.} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BK = \dfrac{17+1}{2} \cdot 15 = 135$ (см^2). *Відповідь:* 135 см^2.



4.1. $\sqrt{x-1}\left(x^2-(3+a)x+3a\right)=0;\ \sqrt{x-1}(x-3)(x-a)=0.$

$$\left[\begin{array}{l} x=1,\\ x=3,\\ \begin{cases} x=a,\\ x\ge 1. \end{cases} \end{array}\right.$$

При $a\in(-\infty;1]\cup\{3\}$ $x_1=1, x_2=3$ — два розв'язки.

При $a\in(1;3)\cup(3;+\infty)$ $x_1=1, x_2=3, x_3=a$ — три розв'язки.

Відповідь: при $a\in(-\infty;1]\cup\{3\}$ рівняння має два розв'язки; при $a\in(1;3)\cup(3;+\infty)$ рівняння має три розв'язки.

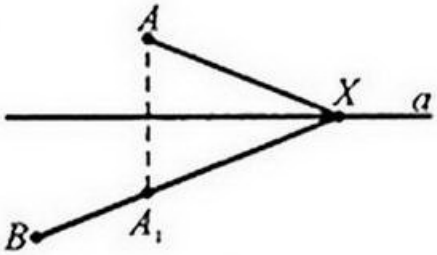
http://shkilniypidruc.ucoz.ru/
Книга
Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

4.2. $\left|\dfrac{x+2}{x}\right|(x^2-4x-5)\le 0.$

$$\begin{cases} x\ne 0,\\ \left[\begin{array}{l} x+2=0,\\ x^2-4x-5\le 0; \end{array}\right. \end{cases} \begin{cases} x\ne 0,\\ \left[\begin{array}{l} x=-2,\\ (x+1)(x-5)\le 0; \end{array}\right. \end{cases} \begin{cases} x\ne 0,\\ \left[\begin{array}{l} x=-2,\\ x\in[-1;5]; \end{array}\right. \end{cases} \quad x\in\{-2\}\cup[-1;0)\cup(0;5].$$

Відповідь: $\{-2\}\cup[-1;0)\cup(0;5]$.

4.3. Нехай точка A_1 — образ точки A при симетрії відносно прямої a. Тоді точка X перетину прямих a і A_1B буде шуканою.



Пряма a міститиме бісектрису кута AXB, бо ця пряма є віссю симетрії кута AXB.

Якщо точки A_1 і B збігаються, то шуканою точкою X можна обрати будь-яку точку прямої a. Якщо прямі a і A_1B паралельні, то задача розв'язків не матиме.

ВАРІАНТ № 2 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2				X
1.3		X		
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6			X	
1.7	X			
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10		X		
1.11	X			
1.12				X

* http://shkilnyipidruc.ucoz.ru/ * http://shkilnyipidruc.ucoz.ua/
Книга
Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 -10.

2.2 $(-8; 8)$.

2.3 $\left(-1\frac{6}{7}; \frac{3}{7}\right)$; $(1; 1)$.

2.4 3.

2.5 12 см.

2.6 12 см.

Чернетка до частини 2

2.1. $\left(2\sqrt{320}-7\sqrt{20}-\sqrt{45}\right)\cdot 2\sqrt{5}=\left(2\sqrt{64\cdot 5}-7\sqrt{4\cdot 5}-\sqrt{9\cdot 5}\right)\cdot 2\sqrt{5}=$

$=\left(16\sqrt{5}-14\sqrt{5}-3\sqrt{5}\right)\cdot 2\sqrt{5}=-\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}=-10.$

2.2. $x^2+bx+16=0$. Дане рівняння не має коренів, якщо його дискримінант від'ємний.

$D=b^2-4\cdot 16=b^2-64<0; b^2<64; |b|<8; b\in(-8;8)$.

2.3. $\begin{cases}5y-x=4,\\ x^2+3y^2=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5y-4,\\ (5y-4)^2+3y^2=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5y-4,\\ 25y^2-40y+16+3y^2-4=0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=5y-4,\\ 28y^2-40y+12=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5y-4,\\ 7y^2-10y+3=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5y-4,\\ y_1=\frac{3}{7}, y_2=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-1\frac{6}{7},\\ y_1=\frac{3}{7};\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=1,\\ y_2=1.\end{cases}$

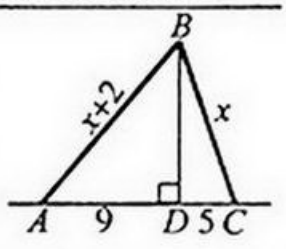
$\left(-1\frac{6}{7}; \frac{3}{7}\right)$; $(1; 1)$.

2.4. $\begin{cases}\frac{3x-1}{4}-\frac{x+1}{2}\le 2x+1,\\ 8x+4\ge 10x+1;\end{cases}$ $\begin{cases}3x-1-2(x+1)\le 4(2x+1),\\ 8x+4\ge 10x+1;\end{cases}$ $\begin{cases}3x-2x-8x\le 4+1+2;\\ 8x-10x\ge 1-4;\end{cases}$ $\begin{cases}-7x\le 7,\\ -2x\ge -3;\end{cases}$ $\begin{cases}x\ge -1,\\ x\le 1{,}5.\end{cases}$

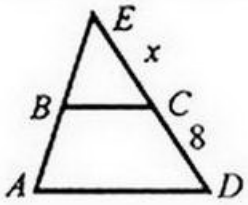
$x\in[-1; 1{,}5]$. У цей проміжок входять такі цілі числа: -1, 0, 1 — усього 3 числа.

2.5. $(x+2)^2-9^2=x^2-5^2$; $x^2+4x+4-81=x^2-25$;

$4x=52$; $x=13$ см. $BD=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (см).



2.6. $EC=x$; $\frac{x+8}{x}=\frac{5}{3}$; $3x+24=5x$; $2x=24$; $x=12$ (см).



3.1. Розглянемо різницю $a^3+1-a^2-a=(a^3-a^2)-(a-1)=a^2(a-1)-(a-1)=(a-1)(a^2-1)=$

$=(a-1)(a-1)(a+1)=(a-1)^2(a+1)\geq 0$, якщо $a\geq -1$. Отже, $a^3+1\geq a^2+a$, якщо $a\geq -1$.

3.2. Нехай швидкість течії становить x км/год. Тоді $(27+x)$ км/год — швидкість катера за течією річки, $(27-x)$ км/год — швидкість катера проти течії річки. За течією він плив $\frac{30}{27+x}$ год, а проти течії — $\frac{30}{27-x}$ год, затративши на весь шлях 2 год 15 хв $=\frac{9}{4}$ год.

Складаємо рівняння: $\frac{30}{27+x}+\frac{30}{27-x}=\frac{9}{4}$; $\frac{120(27-x)+120(27+x)-9(729-x^2)}{4(729-x^2)}=0$;

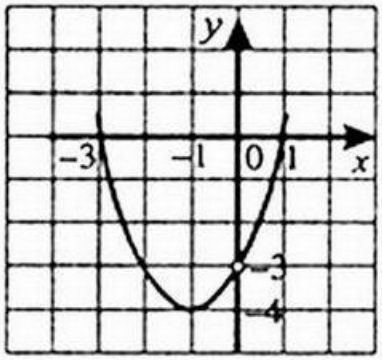
$\frac{3240-120x+3240+120x-6561+9x^2}{4(729-x^2)}=0$; $\frac{9x^2-81}{4(729-x^2)}=0$; $\begin{cases}9x^2-81=0\\ x\neq -27,\ x\neq 27;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=-3,\ x_2=3,\\ x\neq -27,\ x\neq 27.\end{cases}$ $x=-3$ не задовольняє умову задачі. Отже, швидкість течії річки становить 3 км/год. *Відповідь*: 3 км/год.

Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

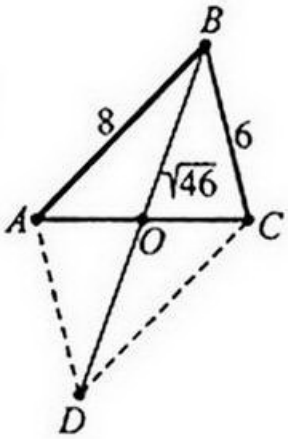
3.3. $y=\frac{x^3+2x^2-3x}{x}$. Областю визначення даної функції є всі дійсні числа, крім числа 0. Тоді: $y=\frac{x^3+2x^2-3x}{x}=$

$=\frac{x(x^2+2x-3)}{x}=x^2+2x-3$. Графіком цієї функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору $(a=1>0)$. Координати вершини параболи: $x=-\frac{b}{2a}=\frac{-2}{2}=-1; y=y(-1)=-4$. Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами -3 і 1. Графіком заданої функції є парабола $y=x^2+2x-3$ без точки $(0;-3)$.



3.4. Нехай ABC — заданий трикутник, BO — його медіана, $BO=\sqrt{46}$ см, $AB=8$ см, $BC=6$ см. На промені BO побудуємо відрізок OD так, що $OB=OD$. У чотирикутнику $ABCD$ діагоналі точкою перетину діляться навпіл, тому цей чотирикутник є паралелограмом. За властивістю діагоналей паралелограма отримаємо: $AC^2+BD^2=2AB^2+2BC^2$; $AC^2+\left(2\sqrt{46}\right)^2=2\left(8^2+6^2\right)$;

$AC^2=200-184$; $AC^2=16$; $AC=4$ (см). *Відповідь:* 4 см.



4.1. $\left(\sqrt{x}-a\right)(9x-16)=0;\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=a;\\ \begin{cases}9x-16=0;\\ x\geq 0.\end{cases}\end{array}\right.\left[\begin{array}{l}x=a^2,\text{якщо } a\geq 0,\\ x\in\varnothing,\text{якщо } a<0,\\ x=16/9.\end{array}\right.$

Дане рівняння має єдиний розв'язок $\frac{16}{9}$, коли $a<0$. Коли $a\geq 0$, рівняння має один розв'язок, якщо $a^2=\frac{16}{9}; a=\frac{4}{3}$. *Відповідь*: $(-\infty;0)\cup\left\{\frac{4}{3}\right\}$.

http://shkilniypidruc.ucoz.ru/
Відсканована та оброблена для сайту шкільної літератури

4.2. $(x-4)(x+5)(x+10)(x-2)=18x^2$; $\left(x^2+x-20\right)\left(x^2+8x-20\right)=18x^2$. Значення $x=0$ не є коренем даного рівняння. Тоді, поділивши обидві частини отриманого рівняння на x^2, отримаємо $\left(x+1-\frac{20}{x}\right)\left(x+8-\frac{20}{x}\right)=18$. Зробимо заміну $x+1-\frac{20}{x}=y$. Маємо $y(y+7)=18$; $y^2+7y-18=0$; $y_1=2$ або $y_2=-9$. Тоді дане в умові рівняння рівносильне сукупності $\left[\begin{array}{l}x+1-\frac{20}{x}=2,\\ x+1-\frac{20}{x}=-9;\end{array}\right.\left[\begin{array}{l}x^2-x-20=0,\\ x^2+10x-20=0.\end{array}\right.$ З першого рівняння отримуємо $x_1=5$, $x_2=-4$, а з другого — $x_3=-5-3\sqrt{5}$, $x_4=-5+3\sqrt{5}$.

Відповідь: $x_1=5$, $x_2=-4$, $x_3=-5-3\sqrt{5}$, $x_4=-5+3\sqrt{5}$.

4.3. Знайдемо координати точки M, використовуючи формулу координат точки, яка ділить відрізок у заданому відношенні. Маємо: $x_M=\frac{1\cdot(-1)+2\cdot 8}{3}=5$, $y_M=\frac{1\cdot 5+2\cdot 2}{3}=3$; $M(5;3)$. Знайдемо координати вектора $\overrightarrow{AB}$. Маємо: $\overrightarrow{AB}(8-(-1);2-5)=\overrightarrow{(9;-3)}$. Нехай $X(x;y)$ — довільна точка шуканої прямої, відмінна від точки M, $\overrightarrow{MX}=\overrightarrow{(x-5;y-3)}$. Точка X належатиме шуканій прямій лише тоді, коли $\overrightarrow{MX}\perp\overrightarrow{AB}$, тобто лише тоді, коли $\overrightarrow{MX}\cdot\overrightarrow{AB}=0$; $9(x-5)-3(y-3)=0$; $9x-3y-36=0$; $3x-y-12=0$; $y=3x-12$. *Відповідь*: $y=3x-12$.

ВАРІАНТ № 3 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2	X			
1.3	X			
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6			X	
1.7		X		
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10			X	
1.11	X			
		X		

http://shkilnypidruc.ucoz.ru/ * http://shkilnypidruc.ucoz.ru
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 $3 \cdot 10^{-3}$.

2.2 $-\frac{a}{b}$.

2.3 762.

2.4 $(4; -2)$, $\left(-7; \frac{5}{3}\right)$.

2.5 15°.

2.6 $\sqrt{26}$ см.

Чернетка до частини 2

2.1. $\frac{3{,}6 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-4}} = \frac{36 \cdot 10^{-2}}{120} = \frac{3}{10^3} = 3 \cdot 10^{-3}$.

2.2. $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right) : \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}+a-\sqrt{ab}}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} \cdot \frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\frac{a}{b}$.

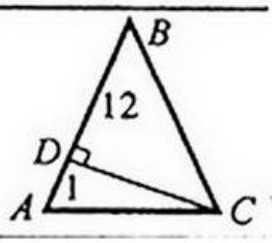
2.3. $b_6 = b_1 q^5$; $q^5 = \frac{b_6}{b_1} = \frac{192}{6} = 32$; $q = 2$. $S_n = \frac{b_1 q^n - b_1}{q-1}$, $S_7 = \frac{6 \cdot 2^7 - 6}{2-1} = 762$.

2.4. $\begin{cases} 3y^2 - xy = 20, \\ x + 3y = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} 3y^2 - y(-2-3y) - 20 = 0, \\ x = -2-3y; \end{cases}$ $\begin{cases} 6y^2 + 2y - 20 = 0, \\ x = -2-3y; \end{cases}$ $\begin{cases} y_1 = -2, y_2 = \frac{5}{3}, \\ x = -2-3y; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = -7, \\ y_2 = \frac{5}{3}. \end{cases}$

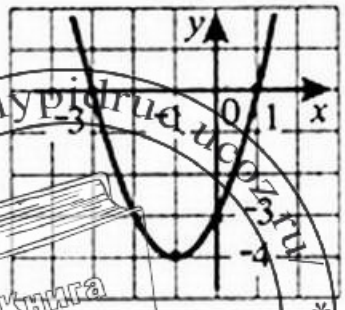
$(4; -2)$, $\left(-7; \frac{5}{3}\right)$.

2.5. $l = \frac{n \cdot 2\pi R}{360°}$; $\pi = \frac{n \cdot 2\pi \cdot 12}{360°}$; $24n = 360°$. $n = \frac{360°}{24} = 15°$.

2.6. $BC = AB = 1 + 12 = 13$ (см). З трикутника DBC:
$CD^2 = 13^2 - 12^2 = 25$. З трикутника ADC:
$AC = \sqrt{1^2 + 25} = \sqrt{26}$ (см).



3.1. $y = x^2 + 2x - 3$. Дана функція є квадратичною, тому її графіком є парабола, вітки якої напрямлені вгору ($a = 1 > 0$).



Координати вершини: $x = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1$;

$y = y(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 3 = -4$; $x^2 + 2x - 3 = 0$; $x_1 = -3$; $x_2 = 1$.

Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами -3 і 1, а вісь y — у точці з ординатою -3. Графік функції будуємо за точками: $(-1; -4)$, $(-3; 0)$, $(1; 0)$, $(0; -3)$. **1.** Областю значень функції є $[-4; +\infty)$. **2.** Функція набуває додатних значень, якщо $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. *Відповідь*: **1.** $[-4; +\infty)$; **2.** $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

http://shkilniypidruchnyk.com.ua/ Відсканована та оброблена для сайту Шкільні підручники України
Книга
Відсканована та оброблена для сайту Шкільні підручники України
літератури

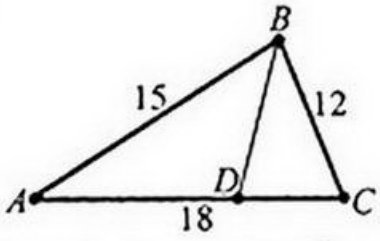
3.2. Нехай x — кількість автомобілів, що мали працювати, тоді кожна з них мала перевезти $\frac{60}{x}$ т вантажу. Через поломку працювало $(x-2)$ автомобілі, тому кожен з них перевозив $\frac{60}{x-2}$ т вантажу. Рівняння: $\frac{60}{x-2} - \frac{60}{x} = 1$; $\frac{60x - 60(x-2) - x(x-2)}{x(x-2)} = 0$;

$\frac{x^2 - 2x - 120}{x(x-2)} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 2x - 120 = 0, \\ x \neq 0, x \neq 2, \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -10, x_2 = 12, \\ x \neq 0, x \neq 2. \end{cases}$ $x = -10$ не задовольняє умову задачі. Отже, на перевезенні вантажу мало працювати 12 автомобілів.
Відповідь: 12 автомобілів.

3.3. Область визначення функції $y = \frac{4}{\sqrt{3x-15}} + \frac{8}{|x|-6}$ знайдемо із системи:

$\begin{cases} 3x - 15 > 0; \\ |x| - 6 \neq 0, \end{cases}$ $\begin{cases} 3x > 15; \\ |x| \neq 6, \end{cases}$ $\begin{cases} x > 5; \\ x \neq \pm 6. \end{cases}$ Звідси: $x \in (5;6) \cup (6;+\infty)$. *Відповідь:* $(5;6) \cup (6;+\infty)$.

3.4. Нехай ABC — заданий трикутник, $AC = 18$ см, $AB = 15$ см, $BC = 12$ см. Оскільки сторона AC найбільша, то проти неї лежить найбільший кут B. Проведемо бісектрису BD. Нехай $CD = x$, тоді $AD = 18 - x$. За властивістю бісектриси трикутника одержимо: $AB : AD = BC : CD$; $15 : (18 - x) = 12 : x$; $15x = 12(18 - x)$; $27x = 18 \cdot 12$; $x = 8$. Отже, $CD = 8$ см. З трикутника ABC за теоремою косинусів знайдемо косинус кута C. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$; $\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC} = \frac{18^2 + 12^2 - 15^2}{2 \cdot 18 \cdot 12} = \frac{9}{16}$. З трикутника BCD за теоремою косинусів маємо: $BD^2 = BC^2 + DC^2 - 2BC \cdot DC \cdot \cos C = 12^2 + 8^2 - 2 \cdot 12 \cdot 8 \cdot \frac{9}{16} = 100$; $BD = \sqrt{100} = 10$ (см). *Відповідь:* 10 см.



4.1. $x^2-(a^2-5a)x+4a-1=0$. За теоремою Вієта маємо:

$$\begin{cases} D\ge 0, \\ a^2-5a=-6; \end{cases} \begin{cases} (a^2-5a)^2-4(4a-1)\ge 0, \\ a^2-5a+6=0; \end{cases} \begin{cases} (a^2-5a)^2-4(4a-1)\ge 0, \\ a_1=2, a_2=3. \end{cases}$$

Оскільки $D(2)=(4-5\cdot 2)^2-4(4\cdot 2-1)=36-28=8>0$ і

$D(3)=(9-5\cdot 3)^2-4(4\cdot 3-1)=36-44=-8<0$. Отже, $a=2$. *Відповідь*: 2.

http://shkilniypidruc.ucoz.ru/ Книга Відсканована та оброблена для сайту шкільної літератури

4.2. Оскільки цифра в розряді одиниць повинна бути непарною, то для її вибору є 4 можливості: 1, 3, 5 або 7. Для розряду десятків можна вибрати одну з шести решти цифр, для розряду сотень — одну з п'яти решти цифр, і т. д. Отже, $4\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=2880$ (чисел). *Відповідь*: 2880 чисел.

4.3. Для прямокутного трикутника твердження очевидне (рис. 1).

Нехай трикутник ABC гострокутний (рис. 2), точка H — ортоцентр трикутника, N — точка перетину прямої BH з описаним колом. Достатньо довести, що $HB_1=B_1N$.

$\angle CBN=\angle NAC$ — як вписані кути, які спираються на дугу NC. З прямокутного трикутника BB_1C: $\angle B=90^\circ-\angle C$. Тоді $\angle CAN=\angle CBN=90^\circ-\angle C$. Крім того, з прямокутного трикутника AA_1C: $\angle CAA_1=90^\circ-\angle C$. Отже, $\angle CAA_1=\angle CAN$ і тому AB_1 є бісектрисою і висотою трикутника NAH, а тому є й медіаною цього трикутника. Отже, $HB_1=B_1N$.

Нехай трикутник ABC тупокутний (рис. 3). Оскільки з чотирикутника AB_1BA_1 $\angle A_1BB_1=180^\circ-\angle A_1AB_1$ і $\angle A_1BB_1=180^\circ-\angle NBC$, то $\angle NBC=\angle HAC$. Але кути NBC і NAC рівні як вписані, що спираються на дугу NC. Тоді $\angle NAC=\angle HAC$. Звідси відрізок AB_1 є бісектрисою і висотою трикутника NAH і тоді $HB_1=B_1N$.

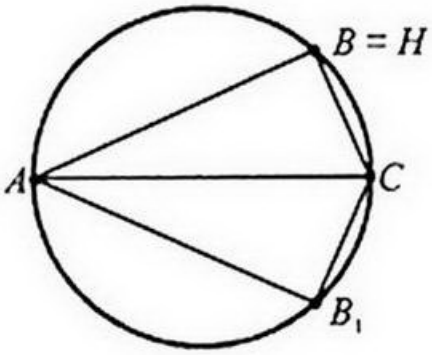


Рис. 1

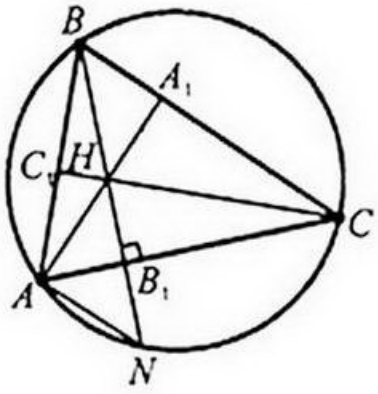


Рис. 2

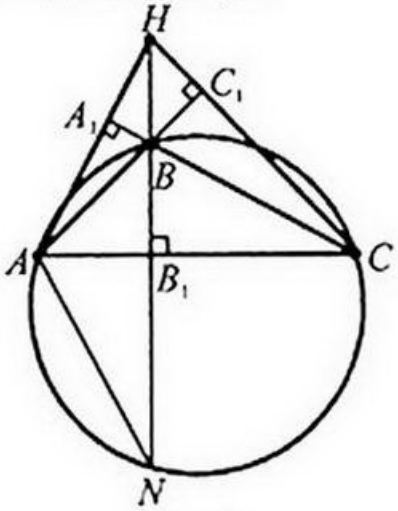


Рис. 3

ВАРІАНТ № 4 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2			X	
1.3		X		
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6		X		
1.7			X	
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10		X		
1.11				X
1.12	X			

http://shkilnylypidruc.ucoz.ru/ * Книга Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 $\dfrac{2x-1}{x-2}$.

2.2 3.

2.3 12.

2.4 1.

2.5 35 см.

2.6 64 см.

Чернетка до частини 2

2.1. $\dfrac{2x^2-5x+2}{x^2-4x+4}=\dfrac{(x-2)(2x-1)}{(x-2)^2}=\dfrac{2x-1}{x-2}$.

2.2. $\begin{cases}2x-\dfrac{x-2}{5}>4,\\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{8}\le 9;\end{cases}\begin{cases}10x-x+2>20,\\ 4x-x\le 72;\end{cases}\begin{cases}9x>18,\\ 3x\le 72;\end{cases}\begin{cases}x>2,\\ x\le 24.\end{cases}$

Найменшим цілим розв'язком є $x=3$.

2.3. Згідно з умовою задачі: $a_1=-4, d=2$. Нехай n — шукана кількість членів прогресії.

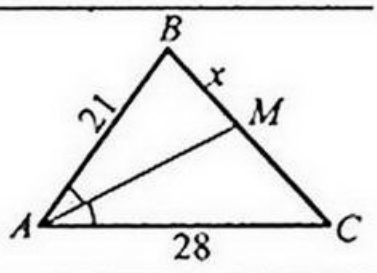
Тоді: $S_n=\dfrac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n=84; \dfrac{2\cdot(-4)+2(n-1)}{2}\cdot n=84; n^2-5n-84=0; n_1=12, n_2=-7$ — не задовольняє умову задачі.

2.4. $\dfrac{x}{x+2}+\dfrac{x+2}{x-2}=\dfrac{8}{x^2-4}$; $\dfrac{x(x-2)+(x+2)^2-8}{(x-2)(x+2)}=0$; $\dfrac{x^2-2x+x^2+4x+4-8}{(x-2)(x+2)}=0$;

$\begin{cases}x^2+x-2=0;\\ x\ne -2,\\ x\ne 2,\end{cases}\begin{cases}x_1=-2, x_2=1;\\ x\ne -2,\\ x\ne 2.\end{cases}$ $x=1$.

2.5. $BM=x$, $MC=x+5$. $\dfrac{AB}{BM}=\dfrac{AC}{MC}$; $\dfrac{21}{x}=\dfrac{28}{x+5}$;

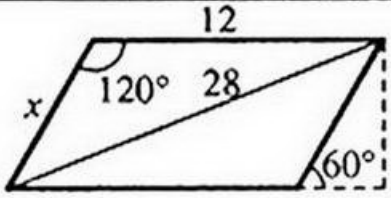
$21x+105=28x$; $7x=105$; $x=15$; $BC=x+x+5=35$ (см).



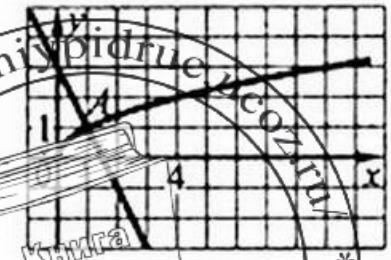
2.6. $x^2+12^2-2\cdot 12\cdot x\cdot\cos 120^\circ=28^2$; $x^2+144+12x=784$;

$x^2+12x-640=0$; $x_1=20, x_2=-32$.

$P=2(20+12)=64$ (см).



3.1. Графіки функцій $y=\sqrt{x}$ та $y=3-2x$ зображено на рисунку. Точкою перетину даних графіків є точка (1; 1). Тому розв'язком рівняння є $x=1$.
Відповідь: 1.



http://shkilniypidruc.com.ua/ Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури Книга

3.2. Нехай 4-відсоткового розчину солі треба взяти x г, солі у якому — $0{,}04x$ г, тоді 10-відсоткового — $(180-x)$ г, солі у якому — $0{,}1(180-x)$ г. Рівняння: $0{,}04x+0{,}1(180-x)=0{,}06\cdot 180$; $4x+1800-10x=1080$; $6x=720$; $x=120$. Отже, 4-відсоткового розчину треба взяти 120 г, а 10-відсоткового $180-120=60$ (г).
Відповідь: 120 г, 60 г.

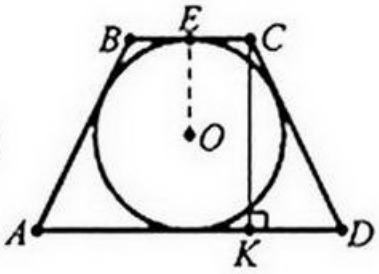
3.3. Нехай x_1 і x_2 — довільні значення аргументу з проміжку $(-\infty;-2]$ і $x_2>x_1$. Отримаємо: $f(x_2)-f(x_1)=\left(x_2^2+4x_2\right)-\left(x_1^2+4x_1\right)=$

$=\left(x_2^2-x_1^2\right)+4(x_2-x_1)=(x_2-x_1)(x_2+x_1)+4(x_2-x_1)=(x_2-x_1)(x_2+x_1+4)=$

$=(x_2-x_1)(2+x_2+2+x_1)$. $x_2-x_1>0$ бо $x_2>x_1$. $2+x_2+2+x_1<0$, бо $x_1<x_2\le -2$.

Отже, $(x_2-x_1)(2+x_2+2+x_1)<0$, тобто $f(x_2)<f(x_1)$ і дана функція спадає на проміжку $(-\infty;-2]$.

3.4. Нехай $ABCD$ $(AD\|BC)$ — задана рівнобічна трапеція, $AD-BC=10$ см. Висота трапеції CK дорівнює діаметру вписаного кола: $CK=2\cdot 6=12$ (см). $KD=(AD-BC):2=$ $=10:2=5$ (см). З прямокутного трикутника CKD $(\angle K=90^\circ)$ одержимо: $CD=\sqrt{CK^2+KD^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$ (см). За властивістю чотирикутника, описаного навколо кола, маємо: $AD+BC=AB+CD=2CD=2\cdot 13=26$ (см).



$S_{тр.}=\dfrac{AD+BC}{2}\cdot CK=\dfrac{26}{2}\cdot 12=$ 156 (см^2). *Відповідь:* 156 см^2.

4.1. $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0, \\ x > a; \end{cases} \begin{cases} (x+2)(x-3) < 0, \\ x > a. \end{cases}$ Множиною розв'язків першої нерівності системи є проміжок $(-2; 3)$, а другої — проміжок $(a; +\infty)$. Для того, щоб перетин цих множин містив рівно 3 цілих числа, досить щоб виконувалась нерівність $-1 \le a < 0$.



Відповідь: $a \in [-1; 0)$.

Відсканована та оброблена для сайту шкільної літератури

4.2. $2(x^2 + x + 1)^2 - 7(x-1)^2 = 13(x^3 - 1)$; $2(x^4 + x^2 + 1 + 2x^3 + 2x^2 + 2x) - 7(x^2 - 2x + 1) - 13(x^3 - 1) = 0$; $2x^4 - 9x^3 - x^2 + 18x + 8 = 0$. За теоремою Безу цілі корені рівняння є дільниками числа 8. Перевіркою встановлюємо, що $x_1 = -1$ є коренем. Поділивши «куточком» на $(x + 1)$, одержимо: $(2x^4 - 9x^3 - x^2 + 18x + 8) : (x + 1) = 2x^3 - 11x^2 + 10x + 8$. Многочлен $2x^3 - 11x^2 + 10x + 8$ має корінь $x_2 = 2$. Ділимо цей многочлен на $(x - 2)$: $(2x^3 - 11x^2 + 10x + 8) : (x - 2) = 2x^2 - 7x - 4$. Одержали рівняння: $(x + 1)(x - 2)(2x^2 - 7x - 4) = 0$, яке має корені $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 4$, $x_4 = -0{,}5$.
Відповідь: 2; 4; –1; –0,5.

4.3. Знайдемо відстань від точки $O(-1; -2)$ до прямої $4x + 3y + 20 = 0$:

$d = \dfrac{|4 \cdot (-1) + 3 \cdot (-2) + 20|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \dfrac{10}{5} = 2$. Знайдена відстань дорівнює радіусу шуканого кола: $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 2^2$. *Відповідь*: $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$.

ВАРІАНТ № 5 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2	X			
1.3				X
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6			X	
1.7		X		
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10				X
1.11		X		
1.12			X	

http://shkilnyypidruc.ucoz.ru/ * http://shkilnyypidruc.ucoz.ru
Книга
Відскановано
та оброблено для сайту
шкільної
літератури

Частина 2

2.1 $\sqrt{3}$.

2.2 $x_2 = \frac{1}{3}$; $c = -2$.

2.3 $x \in [4{,}5; +\infty)$.

2.4 $\frac{x+2}{3}$

2.5 5.

2.6 36 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. $\left(2\sqrt{3}+1\right)\left(2+\sqrt{3}\right)-\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)^2 = 4\sqrt{3}+2\cdot 3+2+\sqrt{3}-6-2-2\sqrt{12} = 5\sqrt{3}-4\sqrt{3} = \sqrt{3}.$

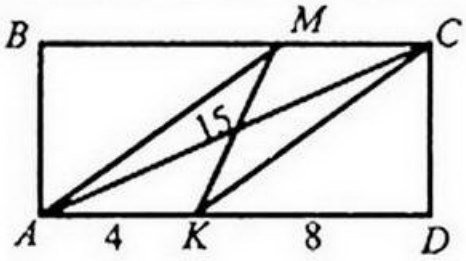
2.2. Оскільки число -2 є коренем, то воно задовольняє рівняння: $3\cdot(-2)^2 + 5(-2) + c = 0$.
$12 - 10 + c = 0$, $c = -2$. Рівняння: $3x^2 + 5x - 2 = 0$. $x_1 = -2$, $x_2 = \frac{1}{3}$.

2.3. $\frac{2x+3}{6} - \frac{4x-9}{9} \le 1; \frac{6x+9-8x+18-18}{18} \le 0; -2x \le -9; x \ge 4{,}5; x \in [4{,}5; +\infty)$.

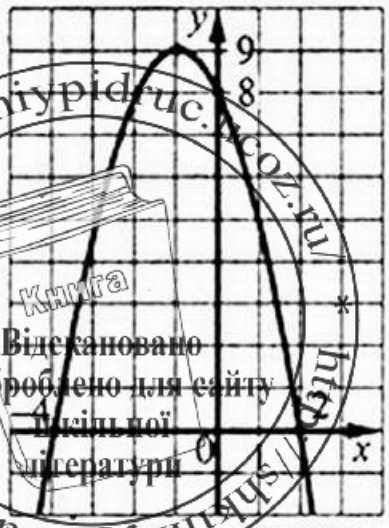
2.4. $\left(\frac{2x-1}{x^3+2x+4} + \frac{1}{x-2} + \frac{9x+6}{x^3-8}\right)\cdot\frac{x^2-4}{9} = \frac{(2x-1)(x-2)+(x^2+2x+4)+(9x+6)}{(x-2)(x^2+2x+4)}\cdot\frac{x^2-4}{9} =$
$= \frac{3(x^2+2x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)}\cdot\frac{(x-2)(x+2)}{9} = \frac{x+2}{3}$.

2.5. $\overline{m} = 3\overline{(1;-2)} - 2\overline{(3;-1)} = \overline{(3;-6)} - \overline{(6;-2)} = \overline{(-3;-4)}$. $|m| = \sqrt{3^2+4^2} = 5$.

2.6. $AD = 4+8 = 12$ (см). $CD = \sqrt{15^2-12^2} = 9$ (см).
$AMCK$ — паралелограм. Його площа
$S_{AMCK} = AK\cdot CD = 4\cdot 9 = 36$ (см^2).



3.1. Функція $y = 8 - 2x - x^2$ є квадратичною, тому її графіком є парабола, вітки якої напрямлені вниз ($a = -1 < 0$). Координати вершини: $x = -\frac{-2}{2\cdot(-1)} = -1$; $y(-1) = 9$;



$-x^2 - 2x + 8 = 0$; $x_1 = -4$; $x_2 = 2$. Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами –4 і 2, а вісь y — у точці з ординатою 8. Графік функції будуємо за точками: (–1; 9), (–4; 0), (2; 0), (0; 8).

1. Областю значень функції є проміжок $(-\infty; 9]$.

2. Від'ємних значень функція набуває на проміжках $(-\infty; -4)$ або $(2; +\infty)$. *Відповідь*: **1.** $(-\infty; 9]$; **2.** $(-\infty; -4)$ або $(2; +\infty)$.

http://shkilniypidruc.at.ua/ Книга відсканована та оброблена для сайту Шкільної літератури

3.2. Нехай перший тракторист може зорати поле за x год ($x > 0$), а другий — за y год ($y > 0$). Тоді за 1 год перший виконає $\frac{1}{x}$, другий — $\frac{1}{y}$ частину роботи. Працюючи разом, виконають за 1 год $\frac{1}{6}$ завдання. Рівняння: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$. $\frac{2}{5} : \frac{1}{x} = \frac{2x}{5}$ (год) — час, необхідний для виконання $\frac{2}{5}$ завдання першим трактористом, $\frac{1}{5} : \frac{1}{y} = \frac{y}{5}$ (год) — час, необхідний для виконання $\frac{1}{5}$ завдання другим трактористом. Рівняння:

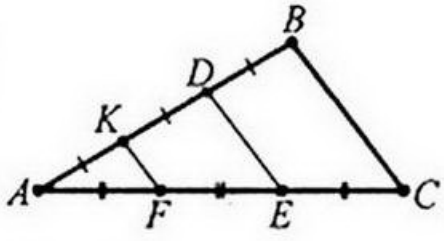
$\frac{2x}{5} - \frac{y}{5} = 4$. Система: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}, \\ \frac{2x}{5} - \frac{y}{5} = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} 6(x+y) - xy = 0, \\ 2x - 20 = y; \end{cases}$ $\begin{cases} 6(3x-20) - x(2x-20) = 0, \\ y = 2x - 20; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 19x + 60 = 0, \\ y = 2x - 20; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 4, x_2 = 15, \\ y = 2x - 20; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = -12; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = 15, \\ y_2 = 10. \end{cases}$ $y = -12$ не задовольняє умову задачі. Отже, перший тракторист може виконати завдання за 15 год, другий — за 10 год. *Відповідь*: 15 год, 10 год.

3.3. Вказані числа утворюють арифметичну прогресію, перший член якої $a_1 = 102$, різниця $d = 3$, $a_n = 102 + 3(n-1) = 3n + 99$. Знайдемо кількість членів прогресії: $3n + 99 < 250$; $3n < 151$; $n < \frac{151}{3} = 50\frac{1}{3}$. Отже, потрібно знайти суму 50 чисел.

Маємо: $S_{50} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2\cdot 102 + 3\cdot 49}{2} \cdot 50 = 8775$. *Відповідь:* 8775.

3.4. Трикутники ABC, ADE і AKF подібні за спільним кутом і пропорційними сторонами, які утворюють цей кут. Нехай $AK = x$, тоді $AD = 2x$, $AB = 3x$. За властивістю площ подібних трикутників одержимо: $S_{\Delta AKF} : S_{\Delta ABC} = AK^2 : AB^2$. $S_{\Delta AKF} : 18 = x^2 : (3x)^2$; $S_{\Delta AKF} = \frac{18x^2}{9x^2} = 2$ (см^2).



$S_{\Delta ADE} : S_{\Delta ABC} = AD^2 : AB^2$. $S_{\Delta ADE} : 18 = (2x)^2 : (3x)^2$; $S_{\Delta ADE} = \frac{18\cdot 4x^2}{9x^2} = 8$ (см^2).

$S_{DEFK} = S_{\Delta ADE} - S_{\Delta AKF} = 8 - 2 = 6$ (см^2). *Відповідь*: 6 см^2.

4.1. $a+b+\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}=(a+1)+\frac{1}{a+1}+(b+1)+\frac{1}{b+1}-2$. Застосуємо нерівність Коші відносно чисел $(a+1)$ і $\frac{1}{a+1}$, а також до чисел $(b+1)$ і $\frac{1}{b+1}$.

Маємо $(a+1)+\frac{1}{a+1}\geq 2, (b+1)+\frac{1}{b+1}\geq 2$. Далі отримуємо:

$(a+1)+\frac{1}{a+1}+(b+1)+\frac{1}{b+1}-2\geq 2+2-2=2$, що і потрібно було довести.

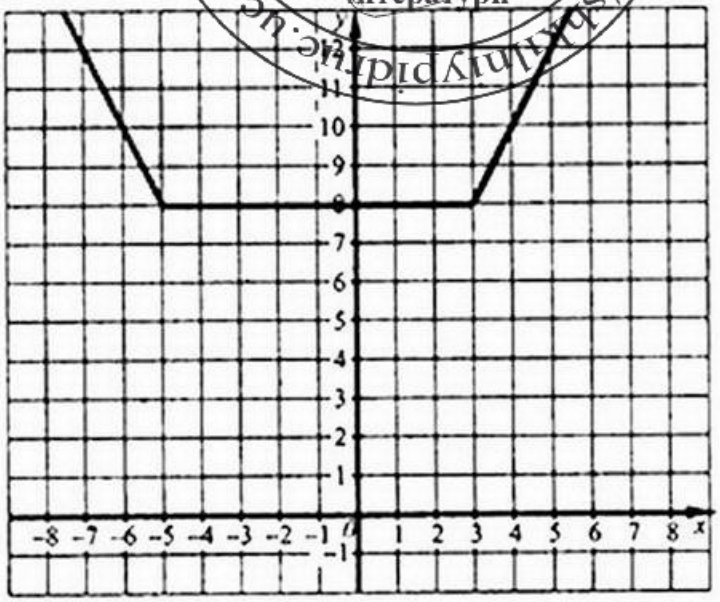
http://shkilnyk.ucoz.ru/ Книга Відсканована та оброблена для сайту Шкільний літератури

4.2. Побудуємо в одній системі координат графіки функції

$$y=|x+5|+|x-3|=\begin{cases}-2x-2 \text{ при } x<-5;\\ 8 \text{ при } -5\leq x\leq 3;\\ 2x+2 \text{ при } x>3,\end{cases}$$

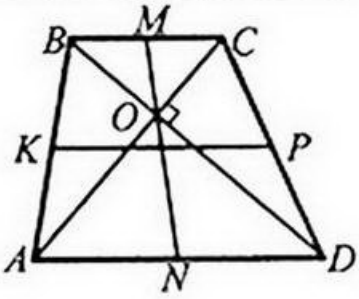
і $y=a$. Корені рівняння — абсциси точок перетину побудованих графіків.

Відповідь: при $a<8$ — немає розв'язків; при $a=8$ — безліч розв'язків; при $a>8$ — два розв'язки.



4.3. $ABCD$ — трапеція, $AC\perp BD$, M і N — середини основ BC і AD відповідно. Оскільки трикутники AOD і BOC гомотетичні з центром гомотетії в точці O, то точки M, O і N лежать на одній прямій. Оскільки OM і ON — медіани прямокутних трикутників, проведені до гіпотенуз BC і AD відповідно, то $OM=\frac{1}{2}BC, ON=\frac{1}{2}AD$. Звідси $MN=OM+ON=$

$=\frac{1}{2}(BC+AD)=KP$, де KP — середня лінія трапеції.



ВАРІАНТ № 6 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2		X		
1.3				X
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6			X	
1.7	X			
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10		X		
1.11			X	
1.12				X

http://shkilnyypidruc.ucoz.ru/ * http://shkilnyypidruc.ucoz.ru
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 1.

2.2 $(-\infty; 1]$.

2.3 6.

2.4 $\frac{2}{3}$.

2.5 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$.

2.6 $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Чернетка до частини 2

2.1. $\frac{a}{a-b}+\frac{a^2+b^2}{b^2-a^2}+\frac{a}{a+b}=\frac{-a(b+a)+a^2+b^2+a(b-a)}{b^2-a^2}=\frac{-ab-a^2+a^2+b^2+ab-a^2}{b^2-a^2}=\frac{b^2-a^2}{b^2-a^2}=1.$

2.2. $\begin{cases}(x-2)(x+2)-x<x^2-5x+8,\\ \frac{3x+5}{2}-2\ge 2x.\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-4-x<x^2-5x+8,\\ 3x+5-4\ge 4x.\end{cases}$ $\begin{cases}-x+5x<12,\\ 3x-4x\ge -1.\end{cases}$ $\begin{cases}4x<12,\\ -x\ge -1.\end{cases}$ $\begin{cases}x<3,\\ x\le 1.\end{cases}$

$x\le 1$. $x\in(-\infty; 1]$.

2.3. $a_1=-16; S_{17}=544; S_{17}=\frac{2(-16)+d(17-1)}{2}\cdot 17=544;$ $\frac{-32+16d}{2}\cdot 17=544; -16+8d=32; d=6.$

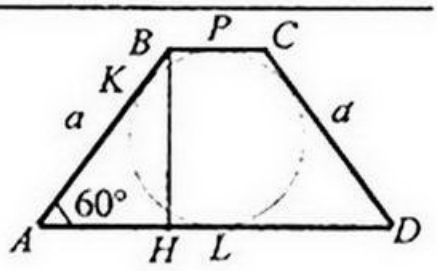
2.4. Усіх можливих комбінацій з 4 карт є 6. Сума двох чисел буде непарною якщо лише одне число непарне. Таких пар буде 4 — 1 і 2, 1 і 4, 2 і 3 і 3 і 4. Отже ймовірність того що сума чисел, записаних на двох навмання вийнятих картах є непарним числом є $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

2.5. $\operatorname{tg}150^\circ=\frac{-\sqrt{3}}{3}$. $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$. Пряма проходить через точку (3; 0):

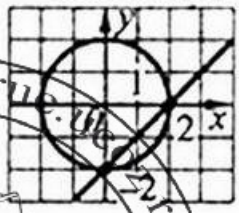
$0=-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 3+b;$ $b=\sqrt{3}$. $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$.

2.6. $BH=a\sin 60^\circ=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. $AD+BC=AB+CD=2a$.

$S=\frac{AD+DC}{2}\cdot BH=\frac{2a}{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.



3.1. $x^2 + y^2 = 4$ — рівняння кола з центром у початку координат і радіусом $R = 2$, $y = x - 2$ — рівняння прямої. Координати точок перетину: (2; 0), (0; –2).



http://shkilniypidru.ucoz.ua/ Відсканировано та оброблено для сайту * Книга Знань * Шкільні підручники і літератури

3.2. Нехай x км/год — початкова швидкість мотоцикліста, тому $\frac{40}{x}$ год — час його руху з пункту A в B. Назад він рухався зі швидкістю $(x-10)$ км/год і затратив час $\frac{40}{x-10}$ год. Рівняння: $\frac{40}{x-10} - \frac{40}{x} = \frac{1}{3}$; $\frac{x^2-10x-1200}{3x(x-10)} = 0$; $\begin{cases} x^2-10x-1200=0, \\ x \neq 0, x \neq 10; \end{cases}$ звідки $x_1 = -30$, $x_2 = 40$, $\begin{cases} x \neq 0, x \neq 10. \end{cases}$

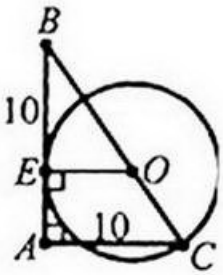
$x = -30$ не задовольняє умову задачі. Отже, початкова швидкість мотоцикліста 40 км/год. *Відповідь:* 40 км/год.

3.3. $y = \frac{5}{\sqrt{x^2+3x-10}} + \frac{8}{2x-7}$. Область визначення даної функції знайдемо із системи

$\begin{cases} x^2+3x-10>0; \\ 2x-7 \neq 0, \end{cases} \begin{cases} (x+5)(x-2)>0; \\ x \neq 3{,}5, \end{cases} \begin{cases} x \in (-\infty;-5) \cup (2;+\infty); \\ x \neq 3{,}5. \end{cases}$

Отже, $x \in (-\infty;-5) \cup (2;3{,}5) \cup (3{,}5;+\infty)$. *Відповідь:* $(-\infty;-5) \cup (2;3{,}5) \cup (3{,}5;+\infty)$.

3.4. Нехай ABC — заданий прямокутний трикутник ($\angle A = 90°$), $AB = AC = 10$ см. $O \in BC$ — центр кола, яке проходить через точку C. E — точка дотику кола до катета AB. У трикутнику ABC $\angle B = \angle C = 45°$ і $BC = \sqrt{2}\,AC = 10\sqrt{2}$ (см). Нехай $OC = OE = x$ (см). З трикутника OEB ($\angle E = 90°$, $\angle B = 45°$) $OB = \sqrt{2} \cdot OE = \sqrt{2}x$ (см). Оскільки $BC = OB + OC$, то маємо: $10\sqrt{2} = \sqrt{2}x + x$, звідки



$x = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = 10\left(2-\sqrt{2}\right)$ (см). *Відповідь:* $10\left(2-\sqrt{2}\right)$ см.

4.1. Розглянемо різницю лівої і правої частин даної нерівності:

$a^8 + b^8 - a^7b - ab^7 = a^7(a-b) + b^7(b-a) = (a-b)(a^7 - b^7)$.

При $a \geq b$ обидва множники $a-b$ і $a^7 - b^7$ невід'ємні, і тому $(a-b)(a^7 - b^7) \geq 0$.

При $a < b$ обидва множники від'ємні і нерівність $(a-b)(a^7 - b^7) \geq 0$ теж виконується. Отже $a^8 + b^8 - a^7b - ab^7 \geq 0$, тобто $a^8 + b^8 \geq a^7b + ab^7$.

http://shkilniypidruc.ucoz.ru/ Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

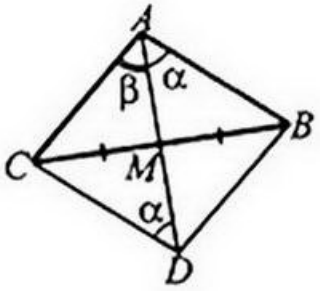
4.2. Додавши ліві і праві частини рівнянь системи, отримуємо $5x^2 - 10xy = 0$. Звідси $x = 0$ або $x = 2y$. Тоді дана в умові система рівносильна сукупності

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x = 0,\\ 2x^2 - 4xy + y^2 = 1,\end{cases}\\ \begin{cases}x = 2y,\\ 2x^2 - 4xy + y^2 = 1.\end{cases}\end{array}\right. \text{ Тоді } \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x = 0,\\ y^2 = 1,\end{cases}\\ \begin{cases}x = 2y,\\ y^2 = 1.\end{cases}\end{array}\right.$$

Отримуємо чотири розв'язки: (0; 1), (0; –1), (2; 1), (–2; –1).

Відповідь: (0; 1), (0; –1), (2; 1), (–2; –1).

4.3. Продовжимо промінь AM до точки D так, що $AM = MD$. Тоді чотирикутник $ABDC$ — паралелограм, $AD = 2m$, $\angle CDA = \alpha$.



За теоремою синусів для трикутника ACD можна записати:

$\dfrac{AD}{\sin\angle C} = \dfrac{AC}{\sin\angle D}$, тобто $\dfrac{2m}{\sin(180° - (\alpha+\beta))} = \dfrac{AC}{\sin\alpha}$. Звідси

$AC = \dfrac{2m\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$. *Відповідь*: $\dfrac{2m\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$.

ВАРІАНТ № 7 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2				X
1.3	X			
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6	X			
1.7			X	
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10		X		
1.11	X			
1.12			X	

http://shkilniypidruc.ucoz.ru/ * http://shkilniypidruc.ucoz.ru/
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 $\left(3;-\frac{1}{3}\right)$; (7; 1).

2.2 1.

2.3 (–4; –1,3).

2.4 38.

2.5 16π см^2.

2.6 16 см.

Чернетка до частини 2

2.1. $\begin{cases}x-3y=4,\\ xy-6y=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4+3y,\\ (4+3y)y-6y=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4+3y,\\ 3y^2-2y-1=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4+3y,\\ y_1=-\frac{1}{3},\ y_2=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=3,\\ y_1=-\frac{1}{3};\end{cases}$ або $\begin{cases}x_2=7,\\ y_2=1.\end{cases}$

$\left(3;-\frac{1}{3}\right)$; (7; 1).

2.2. $\left(\frac{a+6}{a^2-4}-\frac{2}{a^2+2a}\right):\frac{a+2}{a^2-2a}=\frac{a(a+6)-2(a-2)}{a(a+2)(a-2)}\cdot\frac{a(a-2)}{a+2}=\frac{a^2+4a+4}{(a+2)^2}=1.$

2.3. $\begin{cases}x^2+2x-3+5>x^2-2x-14,\\ 2x+4,4+x<-2x-2,1;\end{cases}$ $\begin{cases}4x>-16,\\ 5x<-6,5;\end{cases}$ $\begin{cases}x>-4,\\ x<-1,3.\end{cases}$ $x\in(-4;-1,3)$.

2.4. $x^2+6x-14=0$. За теоремою Вієта $x_1+x_2=-6$; $x_1\cdot x_2=-14$.

Тоді $3x_1+3x_2-4x_1x_2=3(x_1+x_2)-4x_1x_2=3\cdot(-6)-4\cdot(-14)=38$.

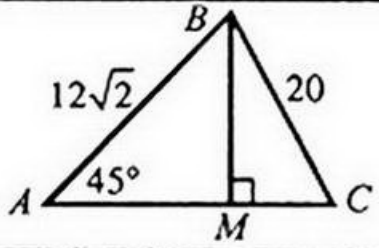
2.5. $S=pr$. $p=\frac{a+b+c}{2}=\frac{13+14+15}{2}=21$ (см). $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

$S=\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}=\sqrt{21\cdot8\cdot7\cdot6}=84$ (см^2). $r=S/p=84/21=4$ (см).

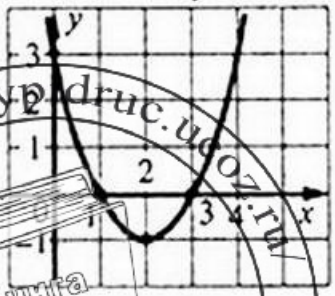
$S_{кр}=\pi\cdot4^2=16\pi$ (см^2).

2.6. $BM=AB\sin45°=12\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=12$ (см).

$CM=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$ (см).



3.1. $y = x^2 - 4x + 3$. Функція є квадратичною, тому її графіком є парабола, вітки якої напрямлені вгору ($a = 1 > 0$). Координати вершини: $x = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$; $y(2) = 2^2 - 8 + 3 = -1$. $x^2 - 4x + 3 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$. Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами 1 і 3, вісь y — в точці з ординатою $y = 3$. Графік функції будуємо за точками: (2; –1), (1; 0), (3; 0), (0; 3). **1.** Областю значень є проміжок $[-1; +\infty)$. **2.** $y > 0$, якщо $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. *Відповідь*: **1.** [–1; +∞); **2.** $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.



Відсканований та оброблено для сайту шкільної програми
http://shkilniypidruc.uoz.ru/

3.2. Нехай швидкість човна в стоячій воді дорівнює x км/год. Тоді його швидкість за течією — $(x + 2)$ км/год, а проти течії — $(x - 2)$ км/год. Отримаємо:

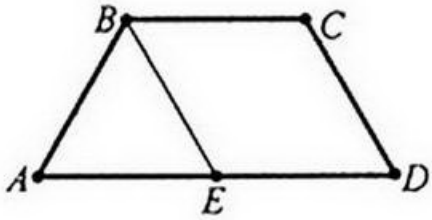
$\frac{6}{x-2} + \frac{8}{x+2} = 1$; $6(x + 2) + 8(x - 2) = (x - 2)(x + 2)$; $14x - 4 = x^2 - 4$; $x^2 - 14x = 0$;

$x_1 = 0$ — не задовольняє умову задачі; $x_2 = 14$. *Відповідь:* 14 км/год.

3.3. Нехай b_1 — перший член геометричної прогресії (b_n), q — її знаменник. З умови випливає система рівнянь $\begin{cases} b_1 + b_2 + b_3 = 168, \\ b_4 + b_5 + b_6 = 21; \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 + b_1 q + b_1 q^2 = 168, \\ b_1 q^3 + b_1 q^4 + b_1 q^5 = 21. \end{cases}$ Поділивши перше рівняння на друге, одержимо: $\frac{b_1 + b_1 q + b_1 q^2}{b_1 q^3 + b_1 q^4 + b_1 q^5} = 8$; $\frac{b_1(1 + q + q^2)}{b_1 q^3 (1 + q + q^2)} = 8$;

$\frac{1}{q^3} = 8$; $q^3 = \frac{1}{8}$; $q = \frac{1}{2}$; $b_1 + \frac{1}{2} b_1 + \frac{1}{4} b_1 = 168$; $\frac{7}{4} b_1 = 168$; $b_1 = 96$. *Відповідь:* 96.

3.4. Нехай $ABCD$ $(AD \| BC)$ — задана трапеція, $AB = BC = CD = \frac{1}{2} AD = x$. Проведемо $BE \| CD$. $BCDE$ — паралелограм. $ED = BC = x$, $BE = CD = x$, $AE = AD - ED = 2x - x = x$. Трикутник ABE рівносторонній, бо $AB = BE = AE = x$. Отже, $\angle A = 60°$, $\angle D = \angle A = 60°$, $\angle C = \angle B = 180° - 60° = 120°$.



Відповідь: 60°, 60°, 120°, 120°.

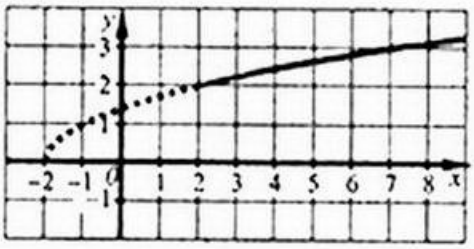
4.1. $\dfrac{x^2-2ax+a^2-1}{\sqrt{x^2-1}}=0;\dfrac{(x-(a-1))(x-(a+1))}{\sqrt{x^2-1}}=0$. Рівняння не матиме коренів, коли корені многочлена з чисельника дробу збігаються і дорівнюють 1 або –1, або коли корені різні та рівні –1 та 1 відповідно. Коренями чисельника є вирази $a-1$ і $a+1$. 1). $\begin{cases}a-1=a+1;\\ a+1=\pm 1,\end{cases}\begin{cases}-1=1;\\ a+1=\pm 1,\end{cases}a\in\varnothing$. 2). $\begin{cases}a-1=-1;\\ a+1=1,\end{cases}\begin{cases}a=0;\\ a=0.\end{cases}$ $a=0$.

Відповідь: 0.

http://shkilniypidruc.ucoz.ru/ Відсканировано та оброблено для сайту шкільної літератури Книга

4.2. $y=\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-4}}-\sqrt{x-2}=\sqrt{x-2+2\sqrt{(x-2)(x+2)}+x+2}-\sqrt{x-2}=$

$=\sqrt{\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{x+2}\right)^2}-\sqrt{x-2}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}=\begin{cases}\sqrt{x+2},\\ x\geq 2.\end{cases}$ Графік функції зображено на рисунку.



4.3. Нехай γ — кут між сторонами a і b трикутника. Оскільки $a^2+b^2\geq 2ab$, то $\dfrac{a^2+b^2}{4}\geq\dfrac{2ab}{4}=\dfrac{ab}{2}$. У той же час $0<\sin\gamma<1$, тому $\dfrac{a^2+b^2}{4}\geq\dfrac{ab\sin\gamma}{2}=S$.

Отже, $S\leq\dfrac{a^2+b^2}{4}$.

ВАРІАНТ № 8 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2	X			
1.3	X			
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6		X		
1.7			X	
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10		X		
1.11			X	
1.12		X		

http://shkilnijyidruc.ucoz.ru/ * http://shkilnijyidruc.ucoz.ru/
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 $\frac{2}{3}$.

2.2 7.

2.3 16.

2.4 $\frac{1}{3}$.

2.5 $\left(\sqrt{2}+1\right)$ см².

2.6 30 см.

Чернетка до частини 2

2.1. $\left(\frac{a-2}{a+2}-\frac{a+2}{a-2}\right):\frac{12a}{4-a^2}=\frac{(a-2)^2-(a+2)^2}{a^2-4}:\frac{12a}{4-a^2}=\frac{-8a}{a^2-4}\cdot\frac{4-a^2}{12a}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

2.2. Нехай шукане число x, тоді $x = 9n + 4$, n — натуральне число. Тоді

$x^2=(9n+4)^2=81n^2+72n+16=81n^2+72n+9+7=9(9n^2+8n+1)+7.$

Отже, остача дорівнює 7.

2.3. $S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$; $\frac{2\cdot 12-2(n-1)}{2}\cdot n=-48$; $n^2-13n-48=0$; $n_1=-3$ — не задовольняє умову задачі; $n_2 = 16$.

2.4. Усього можливих комбінацій як сядуть діти є 6, а випадків, коли дівчинка сидітиме між хлопчиками — 2. Отже, ймовірність того, що дівчинка сяде між двома хлопчиками буде $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

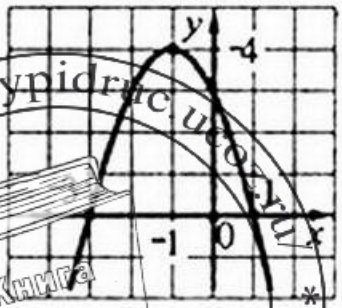
2.5. $\angle BDC = 180° - 135° = 45°$; $\angle DBC = 45°$; $DC = BC = \sqrt{2}$ см; $BD=\sqrt{2}BC=2$(см).

$AD = BD = 2$ см. $S=\frac{1}{2}(AD+DC)BC=\frac{1}{2}\left(2+\sqrt{2}\right)\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}+1\right)$(см²).

2.6. $x^2+(x+7)^2=13^2$; $2x^2+14x-120=0$; $x_1 = 5$, $x_2 = -12$ — не підходить.

$P = 5 + (5 + 7) + 13 = 30$ (см).

3.1. $y = 3 - 2x - x^2$. Дана функція є квадратичною, тому її графіком є парабола, вітки якої напрямлені вниз ($a = -1 < 0$). Координати вершини: $x = -\dfrac{-2}{2\cdot(-1)} = -1$;



$y = y(-1) = 3 - 2\cdot(-1) - (-1)^2 = 4$; $-x^2 - 2x + 3 = 0$; $x_1 = -3$; $x_2 = 1$.
Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами -3 і 1, а вісь y — у точці з ординатою 3. Графік функції будуємо за точками: $(-1; 4)$, $(-3; 0)$, $(1; 0)$, $(0; 3)$. **1.** Область значень функції $(-\infty; 4]$. **2.** Функція спадає на проміжку $[-1; +\infty)$.

http://shkilniypidruc.ucoz.ua/ Книга Відсканована та оброблена для сайту шкільної літератури

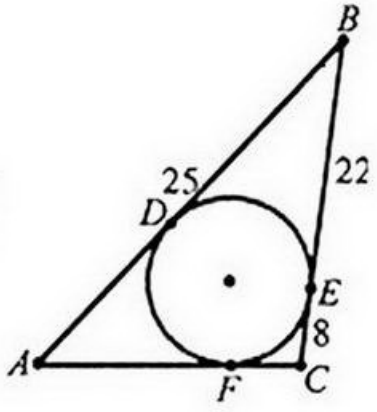
3.2. Нехай другий робітник виготовляє за 1 год x деталей, тому на виготовлення 112 деталей він затратив $\dfrac{112}{x}$ год. Тоді перший робітник виготовляє за 1 год $(x+2)$ деталі, а на виготовлення 96 деталей затрачає $\dfrac{96}{x+2}$ год. Рівняння:

$$\frac{112}{x} - \frac{96}{x+2} = 2;\ \frac{112(x+2) - 96x - 2x(x+2)}{x(x+2)} = 0;\ \frac{x^2 - 6x - 112}{x(x+2)} = 0;\ \begin{cases} x^2 - 6x - 112 = 0, \\ x \neq -2,\ x \neq 0; \end{cases}$$

$\begin{cases} x = -8,\ x = 14, \\ x \neq -2,\ x \neq 0. \end{cases}$ $x = -8$ не задовольняє умову задачі. Отже, другий робітник виготовляє щогодини 14 деталей, тоді перший — 14+2=16 (деталей).
Відповідь: 16 деталей, 14 деталей.

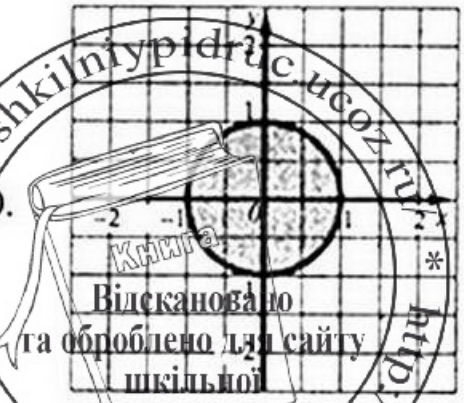
3.3. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 2;\ x_1 x_2 = -4$. Нехай t_1 і t_2 — корені шуканого рівняння $x^2 + bx + c = 0$, тоді $t_1 = x_1 + 4; t_2 = x_2 + 4$, а $t_1 + t_2 = -b; b = -(x_1 + 4 + x_2 + 4) =$
$= -(x_1 + x_2 + 8) = -(2 + 8) = -10; t_1 \cdot t_2 = c; c = (x_1 + 4)(x_2 + 4) = x_1 x_2 + 4(x_1 + x_2) + 16 = -4 + 4\cdot 2 + 16 = 20$.
Шукане рівняння: $x^2 - 10x + 20 = 0$. *Відповідь*: $x^2 - 10x + 20 = 0$.

3.4. Нехай трикутник ABC — заданий, $AB = 25$ см, D, E і F — точки дотику вписаного в трикутник кола до його відповідних сторін, $BE = 22$ см, $CE = 8$ см. За властивістю дотичних, проведених з однієї точки, маємо: $BD = BE = 22$ см, звідки $AD = AB - BD = 25 - 22 = 3$ (см), $AF = AD = 3$ см, $CF = CE = 8$ см і $AC = AF + FC = 3 + 8 = 11$ (см). Знайдемо периметр трикутника ABC: $P = 25 + 11 + (22 + 8) = 66$ (см). Звідки:



$S_{\Delta ABC} = \sqrt{33(33-25)(33-11)(33-30)} = \sqrt{33\cdot 8\cdot 22\cdot 3} =$
$= 11\cdot 4\cdot 3 = 132$ (см^2). Радіус вписаного кола знайдемо з формули $S = \dfrac{1}{2}P\cdot r$; $r = \dfrac{2S}{P} = \dfrac{2\cdot 132}{66} = 4$ (см). *Відповідь:* 4 см.

4.1. Дана нерівність рівносильна сукупності $\begin{cases} x^2+y^2-1\le 0, \\ |x|=0; \end{cases} \begin{cases} x^2+y^2\le 1, \\ x=0. \end{cases}$ Шуканим графіком даної нерівності є об'єднання круга $x^2+y^2\le 1$ і прямої $x=0$. (див. рисунок).



Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури
http://shkilnityp idruc ucoz.ru/ * http://shkilnityp idruc ucoz.ru/ *

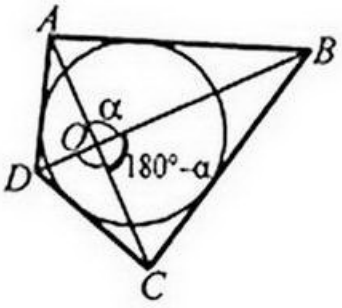
4.2. $\left(\frac{x}{x-1}\right)^2+\left(\frac{x}{x+1}\right)^2=90;\ \left(\frac{x}{x-1}\right)^2+\frac{2x^2}{x^2-1}+\left(\frac{x}{x+1}\right)^2-\frac{2x^2}{x^2-1}=90;\ \left(\frac{x}{x-1}+\frac{x}{x+1}\right)^2-\frac{2x^2}{x^2-1}=90;$

$4\left(\frac{x^2}{x^2-1}\right)^2-2\cdot\frac{x^2}{x^2-1}=90;\ 2\left(\frac{x^2}{x^2-1}\right)^2-\frac{x^2}{x^2-1}-45=0.$ Зробимо заміну $y=\frac{x^2}{x^2-1}$.

Маємо $2y^2-y-45=0;\ y_1=-\frac{9}{2},\ y_2=5.$ Повернувшись до заміни, отримаємо:

$\begin{cases} \frac{x^2}{x^2-1}=-\frac{9}{2}, \\ \frac{x^2}{x^2-1}=5; \end{cases} \begin{cases} x^2=\frac{9}{11}, \\ x^2=\frac{5}{4}; \end{cases} \begin{cases} x=\pm\frac{3\sqrt{11}}{11}, \\ x=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}. \end{cases}$ *Відповідь*: $-\frac{\sqrt{5}}{2};-\frac{3\sqrt{11}}{11};\frac{3\sqrt{11}}{11};\frac{\sqrt{5}}{2}.$

4.3. Нехай $\angle AOB=\angle COD=\alpha$. Тоді $\angle BOC=\angle AOD=180^\circ-\alpha$.



Для вказаних трикутників отримаємо: $R_1=\frac{AB}{2\sin\alpha}$,

$R_2=\frac{BC}{2\sin(180^\circ-\alpha)}=\frac{BC}{2\sin\alpha},\ R_3=\frac{CD}{2\sin\alpha},\ R_4=\frac{AD}{2\sin\alpha}.$ Тоді

$R_1+R_3=\frac{AB+CD}{2\sin\alpha},\ R_2+R_4=\frac{BC+AD}{2\sin\alpha}.$ Ураховуючи, що

$ABCD$ — описаний чотирикутник і $AB+CD=BC+AD$, отримуємо $R_1+R_3=R_2+R_4$.

ВАРІАНТ № 9 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2		X		
1.3		X		
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6	X			
1.7			X	
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11				X
				X

http://shkilnylypidruc.ucoz.ru/ * http://shkilnylypidruc.ucoz.ua/
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 $\left[-\frac{2}{3};2\right]$.

2.2 $-2\sqrt{3}$.

2.3 $-\sqrt{7};\ \sqrt{7}$.

2.4 2,5.

2.5 16 см.

2.6 230 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. $-2,5\le\frac{1-3x}{2}\le 1,5;\ -5\le 1-3x\le 3;\ -6\le -3x\le 2;\ 2\ge x\ge -\frac{2}{3}.\ x\in\left[-\frac{2}{3};2\right]$.

2.2. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}-\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2-\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{2}=\frac{3-2\sqrt{3}+1-3-2\sqrt{3}-1}{2}=-2\sqrt{3}$.

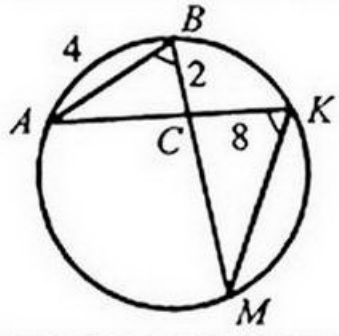
2.3. $y=x^4-6x^2-7$. Введемо заміну $t=x^2$. Тоді $t^2-6t-7=0;\ t_1=7,\ t_2-1$ — не задовольняє умову. Отже: $x^2=7;\ x_1=-\sqrt{7},\ x_2=\sqrt{7}$.

2.4. $\frac{4x-3}{x}-\frac{1}{x-1}=\frac{2x+3}{x^2-x};\ \frac{(4x-3)(x-1)-x-(2x+3)}{x(x-1)}=0;\ \frac{4x^2-7x+3-x-2x-3}{x(x-1)}=0;\ \frac{4x^2-10x}{x(x-1)}=0;$

$\begin{cases}2x^2-5x=0;\\ x\ne 0,\\ x\ne 1,\end{cases}\ \begin{cases}x_1=0,\ x_2=2,5;\\ x\ne 0,\\ x\ne 1.\end{cases}$ Звідки $x=2,5$.

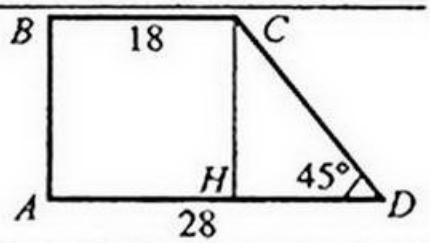
2.5. $\angle B=\angle K=\frac{1}{2}\cup AM;\ \angle KCM=\angle BCA$ — як вертикальні.

$\Delta ABC\sim\Delta MKC.\ \frac{AB}{BC}=\frac{KM}{CK};\ \frac{4}{2}=\frac{KM}{8};\ KM=16$ (см).



2.6. $HD=28-18=10(\text{см});\ CH=HD=10(\text{см});$

$S=\frac{AD+BC}{2}CH=\frac{28+18}{2}\cdot 10=230\left(\text{см}^2\right)$.



3.1. $y = x^2 - 6x + 5$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вверх ($a = 1 > 0$). Координати вершини:

$$x = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = 3;\ y = y(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = -4;$$

$x^2 - 6x + 5 = 0;\ x_1 = 1; x_2 = 5.$

Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами 1 і 5, а вісь y — у точці з ординатою 5.

1. Функція спадає на проміжку $(-\infty; 3]$.

2. $x^2 - 6x + 5 \le 0$ при $[1; 5]$. *Відповідь*: **1.** $(-\infty; 3]$; **2.** $[1; 5]$.



http://shkilniypidruc.ucoz.ua/ * Книга відсканована та оброблена для сайту шкільної літератури

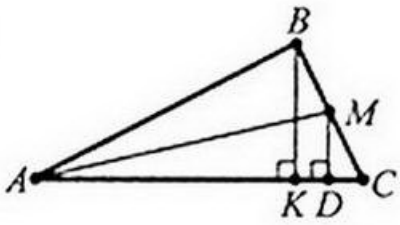
3.2. Нехай у сполуці було x кг 25-відсоткового сплаву міді, тому міді в ньому $0{,}25x$ кг. Тоді 50-відсоткового сплаву міді у сполуці було $(20 - x)$ кг, а міді у цій сполуці — $0{,}5(20 - x)$ кг. Рівняння: $0{,}25x + 0{,}5(20 - x) = 0{,}4 \cdot 20$; $25x + 50(20 - x) = 40 \cdot 20$; $-25x = -200$; $x = 8$. Тоді 50-відсоткового сплаву міді потрібно було $20 - 8 = 12$ (кг). *Відповідь*: 8 кг; 12 кг.

3.3. Нехай (b_n) — дана геометрична прогресія, q — її знаменник. Згідно з умовою:

$$\begin{cases} b_1q + b_1q^2 = 30, \\ b_1q^3 - b_1q = 90; \end{cases} \begin{cases} b_1q + b_1q^2 = 30, \\ b_1q^2 + b_1q^3 = 120; \end{cases} \begin{cases} b_1q(1+q) = 30, \\ b_1q^2(1+q) = 120; \end{cases} q = \frac{120}{30} = 4.$$ Звідси

$$b_1 = \frac{30}{q(1+q)} = \frac{30}{20} = 1{,}5.$$ *Відповідь*: 1,5.

3.4. За властивістю бісектриси трикутника маємо: $BM : MC = AB : AC = 6 : 7$. Нехай $BM = 6x$, тоді $MC = 7x$, $BC = 6x + 7x = 13x$. За умовою, $BK \perp AC$ і $MD \perp AC$. Тому $BK \parallel MD$ і $\Delta CBK \sim \Delta CMD$. Звідси: $BK : MD = BC : MC$; $26 : MD = 13x : 7x$; $MD = \frac{26 \cdot 7x}{13x} = 14$ (см). *Відповідь:* 14 см.



4.1. $\dfrac{x^2-(2a+2)x+6a-3}{\sqrt{2+x-x^2}}=0;\ \dfrac{(x-3)(x-2a+1)}{\sqrt{-(x-2)(x+1)}}=0;\ \begin{cases}(x-3)(x-2a+1)=0,\\(x-2)(x+1)<0.\end{cases}$ Маємо

$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=2a-1;\\x=3;\end{array}\right.\\-1<x<2,\end{cases}\ \begin{cases}x=2a-1;\\-1<x<2.\end{cases}$ Дане рівняння має один розв'язок, якщо: $-1<2a-1<2$;

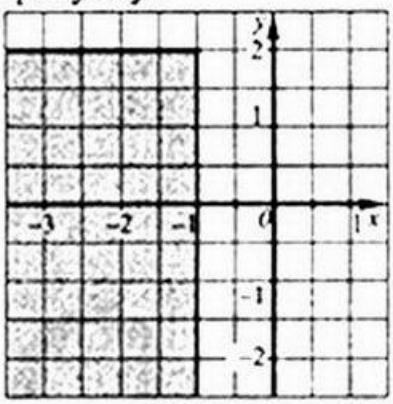
$0<2a<3$; $0<a<\dfrac{3}{2}$. *Відповідь:* $a\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

http://shkilniypidruc.ucoz.ru/ * Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

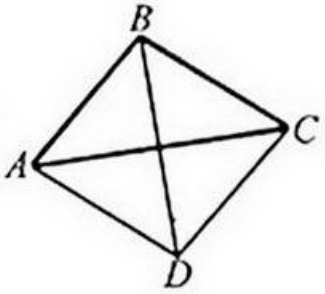
4.2. Рівняння $\sqrt{(x+1)(y-2)}=\sqrt{-x-1}\cdot\sqrt{2-y}$ рівносильне системі

$\begin{cases}(x+1)(y-2)=(-x-1)(2-y);\\-x-1\ge 0;\\2-y\ge 0,\end{cases}\ \begin{cases}(x+1)(y-2)=(x+1)(y-2);\\x\le -1;\\y\le 2,\end{cases}\ \begin{cases}x\le -1,\\y\le 2.\end{cases}$ Множину

заданих точок зображено на рисунку.



4.3. Розглянемо опуклий чотирикутник $ABCD$. Даний чотирикутник розбитий діагоналями на трикутники ABC, ADC, BAD і BCD. Для кожного з них з нерівності трикутника випливає, що $AC<AB+BC$ і $AC<AD+DC$, $BD<AB+AD$ і $BD<BC+DC$. Додавши почленно усі записані нерівності, отримаємо: $2(AC+BD)<2(AB+BC+DC+AD)$. Звідси $AC+BD<AB+BC+DC+AD=P$, де P — периметр чотирикутника.



ВАРІАНТ № 10 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2	X			
1.3		X		
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6			X	
1.7			X	
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10			X	
1.11				X
1.12			X	

http://shkilnyprdruc.ucoz.ru/ * http://shkilnyprdruc.ucoz.ru
Книга
Відсканована
і оброблено для сайту
шкільної
літератури

Частина 2

2.1 –0,94.

2.2 (–17; –2].

2.3 12.

2.4 $x_2 = -2,5$; $m = -30$.

2.5 135°.

2.6 580 см^2.

Чернетка до частини 2

2.1. $\dfrac{25-x^2}{x^2-6x+5}=\dfrac{(5-x)(5+x)}{(x-5)(x-1)}=\dfrac{x+5}{1-x}$. Якщо $x=-99$, то $\dfrac{x+5}{1-x}=\dfrac{-99+5}{1+99}=-0,94$.

2.2. $\begin{cases}(x+1)(x^2-x+1)-x(x^2+4)\ge 9,\\ \dfrac{x-3}{5}<\dfrac{x+5}{3};\end{cases}$ $\begin{cases}x^3+1-x^3-4x\ge 9,\\ 3(x-3)<5(x+5);\end{cases}$ $\begin{cases}-4x\ge 8,\\ -2x<34;\end{cases}$ $\begin{cases}x\le -2,\\ x>-17;\end{cases}$ $x\in(-17;-2]$.

2.3. Різниця прогресії $d = 8,5 - 8,1 = 0,4$, загальний член прогресії $a_n = 8,1 + 0,4(n-1) = 0,4n + 7,7$.

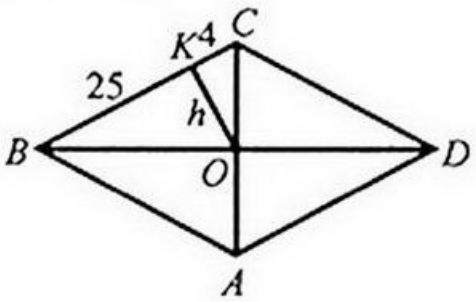
Знайдемо, при якому n $a_n = 12,5$: $0,4n + 7,7 = 12,5$; $0,4n = 4,8$; $n = 12$.

2.4. Оскільки число 3 є коренем рівняння $4x^2 - 2x + m = 0$, то $4 \cdot 9 - 2 \cdot 3 + m = 0$; $m = -30$. Тоді $4x^2 - 2x - 30 = 0$; $x^2 - 0,5x - 7,5 = 0$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 0,5$, де x_1, x_2 — корені даного рівняння. $x_1 = 3$. Тоді $3 + x_2 = 0,5$. Звідси $x_2 = -2,5$.
Відповідь: $x_2 = -2,5$, $m = -30$.

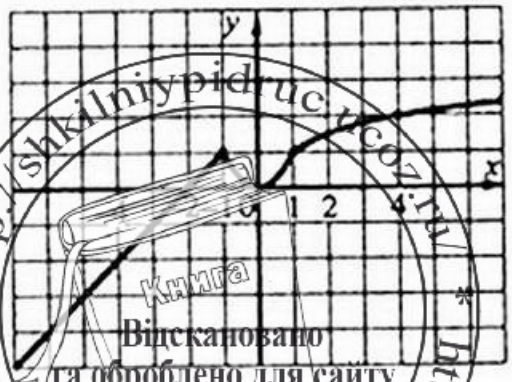
2.5. $\cos\alpha=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{-1\cdot 2-1\cdot 0}{\sqrt{1+1}\cdot\sqrt{4+0}}=\dfrac{-2}{\sqrt{2}\cdot 2}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. $\alpha = 135°$.

2.6. $OK^2 = 4 \cdot 25 = 100$; $OK = 10$ (см).

$S = 4 \cdot \dfrac{1}{2} BC \cdot OK = 2 \cdot (25+4) \cdot 10 = 580$ (см^2).



3.1. Графік функції $y=\begin{cases} x+2, \text{ якщо } x\le -1; \\ x^2, \text{ якщо } -1<x<1; \\ \sqrt{x}, \text{ якщо } x\ge 1 \end{cases}$ складається



з частини прямої $y = x + 2$ для $x \le -1$, частини параболи $y = x^2$ для $-1 < x < 1$ і частини графіка функції $y = \sqrt{x}$ для $x \ge 1$. Функція зростає на проміжках $(-\infty; -1]$ і $[0; +\infty)$ і спадає на проміжку $[-1; 0]$.

Відповідь: проміжки зростання — $(-\infty; -1]$ і $[0; +\infty)$, проміжок спадання — $[-1; 0]$.

http://shkilniypidruc.com.ua/ * Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

3.2. Нехай Олесь за 1 год читає x сторінок, тоді Кирило за 1 год читає $(x + 10)$ сторінок. 15 сторінок Олесь прочитає за $\frac{15}{x}$ год, а Кирило цю ж кількість — за $\frac{15}{x+10}$ год.

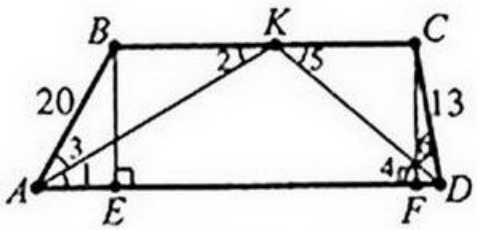
15 хв $=\frac{1}{4}$ год. Рівняння: $\frac{15}{x}-\frac{15}{x+10}=\frac{1}{4}$; $60x + 600 - 60x = x(x + 10)$;

$x^2 + 10x - 600 = 0$; $x_1 = -30$ — не задовольняє умову, $x_2 = 20$. Отже, Олесь за 1 год читає 20 сторінок, а Кирило — 20 + 10 = 30 (сторінок). *В-дь:* 30 сторінок; 20 сторінок.

3.3. Введемо заміну: $xy = a, \frac{x}{y} = b$. Тоді $\begin{cases} a-b=6, \\ 3a+2b=28; \end{cases} \begin{cases} a=6+b, \\ 3(6+b)+2b=28; \end{cases} \begin{cases} a=6+b, \\ b=2; \end{cases} \begin{cases} a=8, \\ b=2. \end{cases}$

Отже, $\begin{cases} \frac{x}{y}=2, \\ xy=8; \end{cases} \begin{cases} x=2y, \\ 2y\cdot y=8; \end{cases} \begin{cases} x=2y, \\ y^2=4; \end{cases} \begin{cases} x_1=4, \\ y_1=2 \end{cases}$ або $\begin{cases} x_2=-4, \\ y_2=-2. \end{cases}$ *Відповідь:* (–4; –2); (4; 2).

3.4. Нехай $ABCD$ ($AD \| BC$) — трапеція, $AB = 20$ см, $CD = 13$ см, BE і CF — висоти трапеції, $BE = CF = 12$ см, K — точка основи BC, AK і DK — бісектриси кутів A і D відповідно. $\angle 1 = \angle 3$, бо AK — бісектриса кута A, $\angle 1 = \angle 2$ як внутрішні різносторонні кути при перетині паралельних прямих AD і BC січною AK. Отже, $\angle 3 = \angle 2$ і трикутник ABK — рівнобедрений, $BK = AB = 20$ см. Аналогічно $\angle 5 = \angle 6$ і $KC = CD = 13$ см. З трикутника AEB ($\angle E = 90°$) маємо:



$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$ (см). Аналогічно $DF = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ (см). Знайдемо AD: $AD = AE + EF + FD = 16 + BC + 5 = 16 + (20 + 13) + 5 = 54$ (см). Площа трапеції дорівнює: $S_{тр.} = \frac{AD+BC}{2}\cdot BE = \frac{54+33}{2}\cdot 12 = 522$ (см^2). *Відповідь:* 522 см^2.

4.1. $\sqrt{3x^2-10x+3}\left(x^2-2x\right)\geq 0;$

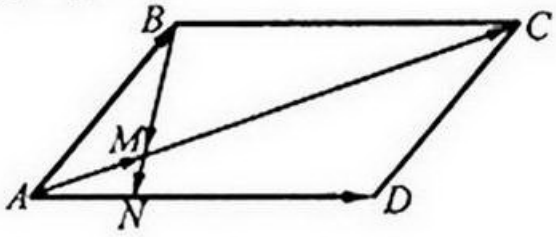
$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-2x\geq 0;\\ 3x^2-10x+3>0;\end{cases}\\ 3x^2-10x+3=0,\end{array}\right.\quad\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty);\\ x\in(-\infty;1/3)\cup(3;+\infty);\end{cases}\\ x=3;\\ x=\dfrac{1}{3},\end{array}\right.\quad\left[\begin{array}{l}x\in(-\infty;0]\cup[3;+\infty);\\ x=\dfrac{1}{3};\ x=3.\end{array}\right.$$

Відповідь: $(-\infty;0]\cup[3;+\infty)\cup\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$.

http://shkilniypidruc.ucoz.ru/ * Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

4.2. $bx^2-(a-b)x-(a+b)=0$. При $b=0$ отримаємо лінійне рівняння: $-ax-a=0;\ a(x+1)=0$, яке має корінь $x=-1$ при всіх значеннях a. При $b\neq 0$ матимемо квадратне рівняння, яке має корені. Справді, $D=(a-b)^2+4b(a+b)=a^2-2ab+b^2+4ab+4b^2=(a+b)^2+4b^2\geq 0$ при $b\neq 0$ і будь-яких значеннях a. Твердження умови задачі доведене.

4.3. Нехай $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$. Тоді $\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b}$, а



$\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{6}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$. Тоді $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AB}=$

$=\dfrac{1}{6}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)-\vec{a}=\dfrac{1}{6}\left(\vec{b}-5\vec{a}\right)$. У свою чергу

$\overrightarrow{AN}=\dfrac{1}{5}\vec{b}$. Тоді $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{5}\vec{b}-\vec{a}=\dfrac{1}{5}\left(\vec{b}-5\vec{a}\right)=\dfrac{6}{5}\cdot\dfrac{1}{6}\left(\vec{b}-5\vec{a}\right)=\dfrac{6}{5}\overrightarrow{BM}$.

Оскільки $\overrightarrow{BN}=\dfrac{5}{6}\overrightarrow{BM}$, то точки B, M і N лежать на одній прямій.

ВАРІАНТ № 11 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2			X	
1.3		X		
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6	X			
1.7		X		
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11			X	
	X			

http://shkilnylypidruc.ucoz.ua/ * http://shkilnylypidruc.ucoz.ua/
Книга
Відскановано
та оброблено для сайту
шкільної
літератури

Частина 2

2.1 150 грн.

2.2 (2; 11); (4; 9).

2.3 $\frac{1}{y^2-1}$.

2.4 $\left(0;\frac{1}{3}\right)$.

2.5 (3; 4).

2.6 2 см.

Чернетка до частини 2

2.1. Нехай початкова ціна стільця x грн. Після першого зниження ціна стала $0{,}8x$ грн. Після другого зниження — $0{,}8x\cdot 0{,}9=0{,}72x$. Отже $0{,}72x=108;\ x=150$ (грн.).

2.2. Оскільки сума абсциси і ординати дорівнює 13, то $x+y=13$. Отже, $\begin{cases}y=-x^2+5x+5,\\ x+y=13;\end{cases}$

$\begin{cases}13-x=-x^2+5x+5,\\ y=13-x;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-6x+8=0,\\ y=13-x;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=2,\ x_2=4,\\ y=13-x;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=2,\\ y_1=11\end{cases}$ або $\begin{cases}x_2=4,\\ y_2=9.\end{cases}$ (2; 11); (4; 9).

2.3. $\frac{y+3}{2y+2}-\frac{y+1}{2y-2}+\frac{3}{y^2-1}=\frac{y+3}{2(y+1)}-\frac{y+1}{2(y-1)}+\frac{3}{(y-1)(y+1)}=\frac{(y-1)(y+3)-(y+1)^2+3\cdot 2}{2(y^2-1)}=$

$=\frac{y^2+2y-3-y^2-2y-1+6}{2(y^2-1)}=\frac{2}{2(y^2-1)}=\frac{1}{y^2-1}$.

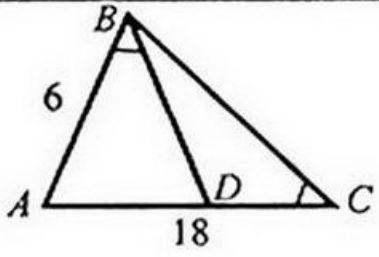
2.4. Рівняння $x^2-6bx+3b=0$ не має коренів коли його дискримінант менший від нуля: $D=36b^2-12b=12b(3b-1)<0;\ b\in\left(0;\frac{1}{3}\right)$.

2.5. $\vec{a}=\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{(2+5;-1-6)}=\overrightarrow{(7;-7)}$. $\overrightarrow{CD}=\vec{a}$; $\overrightarrow{(10-x;-3-y)}=\overrightarrow{(7;-7)}$;

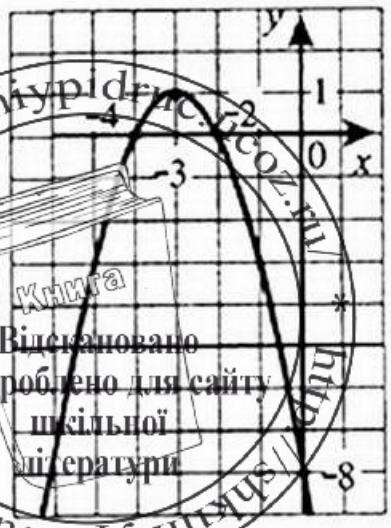
$10-x=7;\ -3-y=-7;\ x=3;\ y=4;\ C(3;4)$.

2.6. $\Delta ABC\sim\Delta ABD$ (кут A — спільний, $\angle ABD=\angle C$). Тоді:

$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AB}$; $\frac{6}{AD}=\frac{18}{6}$. $AD=2$ (см).



3.1. Функція $y = -x^2 - 6x - 8$ є квадратичною, тому її графіком є парабола, вітки якої напрямлені вниз ($a = -1 < 0$).



Координати вершини: $x = -\frac{-6}{2\cdot(-1)} = -3$; $y = y(-3) = 1$;

$-x^2 - 6x - 8 = 0$; $x_1 = -4$; $x_2 = -2$. Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами –4 і –2, а вісь y — в точці з ординатою –8. Графік функції будуємо за точками: (–4; 0), (–3; 1), (–2; 0),(0; –8). **1.** Область значень функції $(-\infty; 1]$. **2.** Функція зростає на проміжку $(-\infty; -3]$.

Відповідь: **1.** $(-\infty; 1]$; **2.** $(-\infty; -3]$.

http://shkilniypidruc.ucoz.ua/ Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

3.2. Нехай x км/год — швидкість одного велосипедиста, тому він проїхав 45 км за $\frac{45}{x}$ год. Тоді швидкість іншого велосипедиста — $(x+3)$ км/год, і він проїхав $93 - 45 = 48$ (км) за $\frac{48}{x+3}$ год. Рівняння: $\frac{45}{x} - \frac{48}{x+3} = 1$; $\frac{45(x+3) - 48x - x(x+3)}{x(x+3)} = 0$;

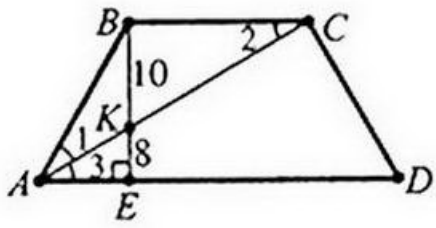
$$\frac{45x + 135 - 48x - x^2 - 3x}{x(x+3)} = 0;\ \frac{x^2 + 6x - 135}{x(x+3)} = 0;\ \begin{cases} x^2 + 6x - 135 = 0, \\ x \neq -3, \\ x \neq 0; \end{cases}\ \begin{cases} x_1 = -15, x_2 = 9, \\ x \neq -3, \\ x \neq 0. \end{cases}$$

$x = -15$ не задовольняє умову задачі. Отже, швидкість одного велосипедиста 9 км/год, тоді швидкість іншого — 9+3=12 (км/год). *Відповідь*: 9 км/год, 12 км/год.

3.3. $a_1 = -5,2; a_2 = -4,8; d = -4,8 - (-5,2) = 0,4$; $a_n = -5,2 + 0,4(n-1) < 0$, $n < 14$. Тому від'ємних членів буде 13. Тоді $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; S_{13} = \frac{2\cdot(-5,2) + 0,4\cdot 12}{2} \cdot 13 = -36,4$.

Відповідь: –36,4.

3.4. Нехай $ABCD$ ($AD \| BC$) — рівнобічна трапеція, BE — її висота, K — точка перетину висоти та діагоналі, $BK = 10$ см, $EK = 8$ см, $AB = BC = CD$. Знайдемо висоту трапеції. $BE = BK + KE = 10 + 8 = 18$ (см). Оскільки $AB = BC$, то трикутник ABC — рівнобедрений і $\angle 1 = \angle 2$. З іншого боку, $\angle 2 = \angle 3$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC та січній AC. Отже, $\angle 1 = \angle 3$ і AK — бісектриса кута A трикутника ABE. За властивістю бісектриси трикутника маємо: $AB : AE = BK : EK$; або $AB : AE = 10 : 8 = 5 : 4$. Нехай $AE = 4x$, тоді $AB = 5x$. З прямокутного трикутника AEB ($\angle E = 90°$) маємо: $AB^2 - AE^2 = BE^2$; $25x^2 - 16x^2 = 18^2$; $9x^2 = 18^2$; $3x = 18$; $x = 6$. Тоді: $AE = 4x = 24$ (см); $AB = BC = 5x = 30$ (см), $AD = BC + 2AE = 30 + 2 \cdot 24 = 78$ (см). Знайдемо площу трапеції:



$$S_{тр.} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BE = \frac{78 + 30}{2} \cdot 18 = 972 \text{ (см}^2\text{)}.$$ *Відповідь:* 972 см^2.

4.1. $x^2 - ax + 4a = 0$; За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = a$, $x_1 x_2 = 4a$. За умовою задачі маємо:

$x_1^2 + x_2^2 = 9$; $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 9$; $a^2 - 2 \cdot 4a = 9$; $a^2 - 8a - 9 = 0$; $a = 9$ або $a = -1$.

1. Якщо $a = 9$, то отримаємо рівняння: $x^2 - 9x + 36 = 0$, яке не має коренів.

2. Якщо $a = -1$, то рівняння: $x^2 + x - 4 = 0$ має 2 корені. *Відповідь*: $a = -1$.

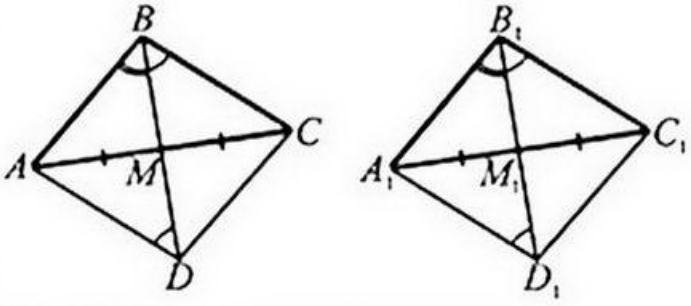
http://shkilniypidruc.ucoz.ru/
Книга
Відсканована та оброблено для сайту шкільної

4.2. Застосуємо нерівність Коші $a^2 + b^2 \geq 2ab$ для додатних чисел $\frac{1}{a}$ і $\frac{1}{b}$:

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{\sqrt{ab}}$. Перемноживши ліві і праві частини записаних правильних нерівностей, отримаємо $\left(a^2 + b^2\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq \frac{4ab}{\sqrt{ab}} = 4\sqrt{ab}$.

4.3. Нехай ABC і $A_1B_1C_1$ — дані трикутники BM і B_1M_1 — медіани цих трикутників відповідно, $BM = B_1M_1$,

$\angle ABM = \angle A_1B_1M_1$, $\angle CBM = \angle C_1B_1M_1$.



На променях BM і B_1M_1 позначимо точки D і D_1 відповідно так, щоб $BM = MD$ і $B_1M_1 = M_1D_1$. Тоді чотирикутники $ABCD$ і $A_1B_1C_1D_1$ — паралелограми, $\angle BDA = \angle CBM$, $\angle B_1D_1A_1 = \angle C_1B_1M_1$. Трикутники DAB і $D_1A_1B_1$ рівні за другою ознакою рівності трикутників, тому $AB = A_1B_1$, $AD = A_1D_1$. Оскільки $AD = BC$ і $A_1D_1 = B_1C_1$ і $AD = A_1D_1$, то $BC = B_1C_1$. Крім того, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. Отже, трикутники ABC і $A_1B_1C_1$ рівні за першою ознакою рівності трикутників.

ВАРІАНТ № 12 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2				X
1.3				X
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6		X		
1.7				X
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10			X	
1.11	X			
1.12		X		

http://shkilnyy.pidruc.ucoz.ru/
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 0.

2.2 $(-1;-3);\ (1;-1)$.

2.3 $\frac{8}{45}$.

2.4 $\frac{3}{1-b}$.

2.5 48 см².

2.6 1.

Чернетка до частини 2

2.1. $\left(3\sqrt{6}+2\sqrt{8}-\sqrt{32}\right)\sqrt{2}-\sqrt{108}=3\sqrt{12}+2\sqrt{16}-\sqrt{64}-\sqrt{108}=6\sqrt{3}+8-8-6\sqrt{3}=0$.

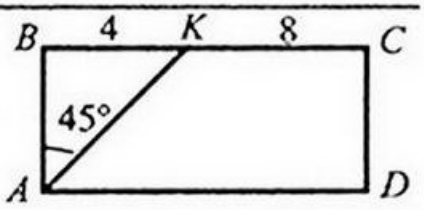
2.2. $\begin{cases}x-y=2,\\ y^2-2xy=3;\end{cases}\ \begin{cases}x=2+y,\\ y^2-2y(2+y)=3;\end{cases}\ \begin{cases}x=2+y,\\ y^2+4y+3=0;\end{cases}\ \begin{cases}x=2+y,\\ y_1=-3,\ y_2=-1;\end{cases}\ \begin{cases}x_1=-1;\\ y_1=-3\end{cases}$ або $\begin{cases}x_2=1,\\ y_2=-1.\end{cases}$ $(-1;-3);\ (1;-1)$.

2.3. $0,1(7)=0,1+0,07+0,007+\ldots$ Доданки $0,07;\ 0,007;\ldots$ є члени нескінченної геометричної прогресії з першим членом $0,07$ і знаменником $q=\frac{1}{10}\ (|q|<1)$. Сума її: $S=\frac{0,07}{1-0,1}=\frac{7}{90}$. Тому, $0,1(7)=0,1+\frac{7}{90}=\frac{1}{10}+\frac{7}{90}=\frac{16}{90}=\frac{8}{45}$.

2.4. $\frac{b+2}{b^2-2b+1}:\frac{b^2-4}{3b-3}-\frac{3}{b-2}=\frac{b+2}{(b-1)^2}\cdot\frac{3(b-1)}{(b+2)(b-2)}-\frac{3}{b-2}=$

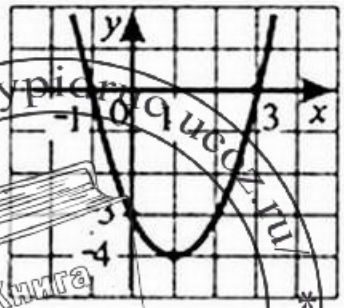
$=\frac{3}{(b-1)(b-2)}-\frac{3}{b-2}=\frac{3-3(b-1)}{(b-1)(b-2)}=\frac{-3(b-2)}{(b-1)(b-2)}=\frac{3}{1-b}$.

2.5. $S=AB\cdot BC=4(4+8)=4\cdot 12=48\left(\text{см}^2\right)$.



2.6. $\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=a^2-\vec{a}\vec{b}-2b^2=2-\sqrt{2}\cdot 1\cdot\cos 135^\circ-2=-\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=1$.

3.1. $y = x^2 - 2x - 3$. Дана функція є квадратичною, тому її графіком є парабола, вітки якої напрямлені вгору ($a = 1 > 0$).



Координати вершини: $x = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1$; $y = y(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4$;

$x^2 - 2x - 3 = 0$; $x_1 = -1; x_2 = 3$. Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами -1 і 3, а вісь y — у точці з ординатою -3.

Графік функції будуємо за точками: $(-1; 0)$, $(1; -4)$, $(3; 0)$, $(0; -3)$.

1. $x^2 - 2x - 3 \geq 0$; $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

2. Функція спадає на проміжку $(-\infty; 1]$. *Відповідь*: **1.** $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$; **2.** $(-\infty; 1]$.

http://shkilniypidruchnyk.com.ua/ Книга відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

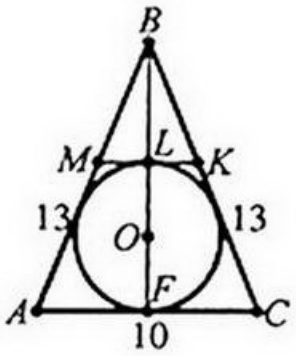
3.2. Нехай перший маляр сам може виконати всю роботу за x год, виконуючи за 1 год $1/x$ частину роботи. Тоді другий маляр сам може виконати всю роботу за $(x+24)$ год, виконуючи за 1 год $\frac{1}{x+24}$ частину роботи. Працюючи разом, вони за 1 год виконають $\frac{1}{16}$ частину роботи. Рівняння: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+24} = \frac{1}{16}$;

$\frac{16(x+24)+16x-x(x+24)}{16x(x+24)} = 0$; $\frac{x^2-8x-384}{16x(x+24)} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 8x - 384 = 0, \\ x \neq -24, x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -16, x_2 = 24, \\ x \neq -24, x \neq 0. \end{cases}$ $x = -16$ не задовольняє умову задачі. Отже, першому маляру потрібно 24 год, другому — 24+24=48 (год). *Відповідь*: 24 год і 48 год.

3.3. $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 x_2}$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 10$, $x_1 x_2 = 12$. Оскільки

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 100 - 24 = 76$, то $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{76}{12} = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$. *В-дь*: $6\frac{1}{3}$.

3.4. Відстань FL між паралельними прямими AC і MK дорівнює діаметру вписаного кола. Знайдемо його. За формулою Герона



$S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-13)(18-13)(18-10)} =$

$= \sqrt{18 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 8} = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$ (см^2), де $p = \frac{13+13+10}{2} = 18$ (см).

З формули $S_\Delta = pr$ знайдемо r. $r = \frac{S}{p} = \frac{60}{18} = \frac{10}{3}$ (см).

$LF = 2r = \frac{20}{3}$ (см). Знайдемо висоту BF трикутника ABC.

$\frac{1}{2} AC \cdot BF = S_{\Delta ABC} = 60$ (см^2); $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot BF = 60$; $BF = 12$ (см). $BL = BF - LF =$

$= 12 - \frac{20}{3} = 12 - 6\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3}$ (см). Оскільки $MK \| AC$, то $\Delta ABC \sim \Delta MBK$. Звідки маємо:

$S_{\Delta ABC} : S_{\Delta MBK} = BF^2 : BL^2$; $S_{\Delta MBK} = 60 \cdot \left(5\frac{1}{3}\right)^2 : 12^2 = \frac{320}{27} = 11\frac{23}{27}$ (см^2). *В-дь*: $11\frac{23}{27}$ см^2.

4.1. $\left(\sqrt{x}-a\right)\left(3x^2+x-2\right)=0;$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}3x^2+x-2=0;\\ x\geq 0;\end{cases}\\ \begin{cases}x=a^2;\\ a\geq 0,\end{cases}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{3};\\ \begin{cases}x=a^2;\\ a\geq 0.\end{cases}\end{array}\right.$ Рівняння матиме лише один корінь, якщо $\begin{cases}a^2=\frac{2}{3};\\ a\geq 0,\end{cases}$ або якщо $a<0$. Тобто, коли $a<0$ або $a=\sqrt{\frac{2}{3}}$.

* http://shkilniypidruc.ucoz.ru/ * Книга Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Відповідь: при $a<0$ або $a=\sqrt{\frac{2}{3}}$.

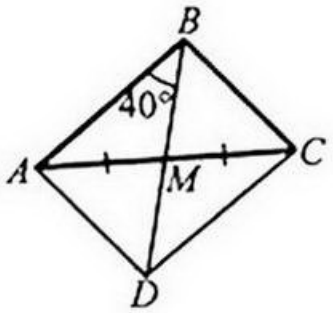
4.2. $7^n\cdot 2^{3n}-3^{2n}=7^n\cdot 8^n-9^n=56^n-9^n=(56-9)\left(56^{n-1}+56^{n-2}\cdot 9+\ldots+9^{n-1}\right)=$

$=47\cdot\left(56^{n-1}+56^{n-2}\cdot 9+\ldots+9^{n-1}\right)\vdots 47.$

4.3. Продовжимо промінь BM так, що $BD=2BM$. Оскільки $BM=MD$, $AM=MC$, то $ABCD$ — паралелограм. Тому $\angle DBC=\angle BDA$ як різносторонні при $AD\|BC$ та січній BD.

ΔABD — рівнобедрений і $\angle BDA=\frac{180^\circ-40^\circ}{2}=70^\circ$. Отже,

$\angle MBC=\angle BDA=70^\circ$. *Відповідь:* 70°.



ВАРІАНТ № 13 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2			X	
1.3				X
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6		X		
1.7	X			
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10	X			
1.11		X		
		X		

http://shkilnyypidruc.ucoz.ru/ * http://shkilnyypidruc.ucoz.ru/
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 $(-\infty; -12)$.

2.2 $(-1; -3); (3; 1)$.

2.3 $\dfrac{x+3}{x-3}$.

2.4 3,1; 3.

2.5 $\sqrt{5}$.

2.6 $4\sqrt{13}$ см.

Чернетка до частини 2

2.1. $\begin{cases}\dfrac{2x-1}{4}-\dfrac{x+3}{8}<-4,\\ 5x-3>7x+21;\end{cases}$ $\begin{cases}4x-2-x-3<-32,\\ -2x>24;\end{cases}$ $\begin{cases}3x<-27,\\ x<-12;\end{cases}$ $\begin{cases}x<-9,\\ x<-12;\end{cases}$ $x<-12$. $x\in(-\infty; -12)$.

2.2. $x^2+y^2=10$ — рівняння кола, $y=x-2$ — рівняння прямої. Координати точок перетину знайдемо із системи: $\begin{cases}x^2+y^2=10,\\ y=x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+(x-2)^2=10,\\ y=x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+x^2-4x+4=10,\\ y=x-2;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2-2x-3=0,\\ y=x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-1, x_2=3,\\ y=x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-1,\\ y_1=-3\end{cases}$ або $\begin{cases}x_2=3,\\ y_2=1.\end{cases}$ $(-1; -3); (3; 1)$.

2.3. $\left(\dfrac{5}{x-2}-x-2\right)\cdot\dfrac{2-x}{x^2-6x+9}=\dfrac{5-(x-2)(x+2)}{x-2}\cdot\dfrac{2-x}{x^2-6x+9}=\dfrac{x^2-9}{2-x}\cdot\dfrac{2-x}{(x-3)^2}=\dfrac{x+3}{x-3}$.

2.4. Середнє значення $t_c=\dfrac{1+3+2+4+5+2+3+4+1+6}{10}=3{,}1$. Медіана дорівнює 3.

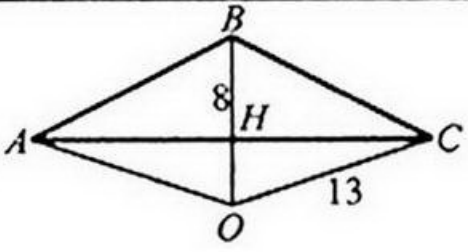
2.5. Точка M — середина відрізка BC. Її координати:

$x_m=\dfrac{2-4}{2}=-1$; $y_m=\dfrac{-2+6}{2}=2$. $M(-1; 2)$. $AM=\sqrt{(-1+3)^2+(2-1)^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$.

2.6. $OA=OB=OC=R=13$ см. $OH=13-8=5$ (см).

$HC=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (см).

$BC=\sqrt{12^2+8^2}=\sqrt{208}=4\sqrt{13}$ (см).



3.1. $(x+3)(x^2-3x+9)-(x^3-6)(x-1)=x^3+27-x^3+x^2+6x-6=x^2+6x+21=$
$=x^2+6x+9+12=(x+3)^2+12>0$ при всіх значеннях x. Даний вираз набуває найменшого значення, коли $x+3=0$, тобто коли $x=-3$. Це значення дорівнює 12.
Відповідь: найменше значення виразу дорівнює 12 при $x=-3$.

3.2. Нехай тракторист мав виконати завдання за x днів, тому мав зорювати по $180/x$ га щоденно. Але він працював $(x-1)$ день і зорював по $\frac{180}{x-1}$ га щодня. Рівняння:

$$\frac{180}{x-1}-\frac{180}{x}=2;\ \frac{x^2-x-90}{x(x-1)}=0;\ \begin{cases}x^2-x-90=0,\\ x(x-1)\neq 0;\end{cases}\ \begin{cases}x_1=-9,\ x_2=10,\\ x\neq 0,\ x\neq 1.\end{cases}$$

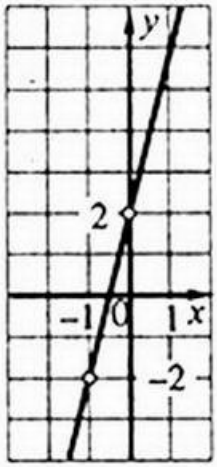
$x=-9$ не задовольняє умову задачі. Отже, $x=10$. Оскільки тракторист виконав роботу на 1 день раніше від терміну, то він зорав поле за 9 днів. *Відповідь*: 9 днів.

http://shkilnipidruchnyky.ucoz.ru/ Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

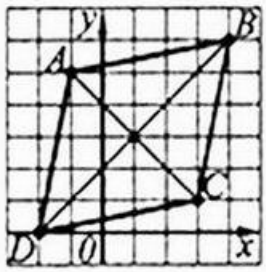
3.3. Областю визначення функції є всі дійсні числа, крім –1 і 0.

$$y=\frac{5x^2+4x-1}{x+1}-\frac{x^2-3x}{x}=\frac{5\left(x-\frac{1}{5}\right)(x+1)}{x+1}-(x-3)=5x-1-x+3=4x+2.$$

Графік функції зображено на рисунку. Це пряма без точок $(-1;-2)$ і $(0;2)$.



3.4. Нехай точки E та F — середини діагоналей AC та BD відповідно. Тоді $x_E=\frac{-1+3}{2}=1,\ y_E=\frac{5+1}{2}=3;\ E(1;3);$



$x_F=\frac{4+(-2)}{2}=1,\ y_F=\frac{6+0}{2}=3,\ F(1;3)$. Отже, середини діагоналей збігаються, тоді $ABCD$ — паралелограм.

$AB=\sqrt{(4+1)^2+(6-5)^2}=\sqrt{26},\ CB=\sqrt{(4-3)^2+(6-1)^2}=\sqrt{26}$, тобто $ABCD$ — паралелограм з рівними сусідніми сторонами. Отже, $ABCD$ — ромб.

4.1. $\begin{cases}(x+2)(y+2)xy=9;\\ x+y-xy=1,\end{cases}\begin{cases}(xy+2(x+y)+4)xy=9;\\ x+y-xy=1.\end{cases}$ Виконавши заміну

$x+y=t$, $xy=z$, отримаємо:

$$\begin{cases}(z+2t+4)z=9;\\ t-z=1,\end{cases}\begin{cases}(z+2z+2+4)z=9;\\ t=z+1,\end{cases}\begin{cases}3z^2+6z-9=0;\\ t=z+1,\end{cases}\begin{cases}z^2+2z-3=0;\\ t=z+1,\end{cases}$$

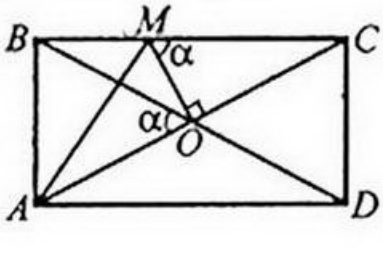
$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}z=-3;\\ z=1;\end{array}\right.\\ t=z+1,\end{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}z=-3;\\ t=-2;\end{cases}\\ \begin{cases}z=1;\\ t=2.\end{cases}\end{array}\right.$$ Повернемось до заміни і отримаємо:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}xy=-3;\\ x+y=-2;\end{cases}\begin{cases}x=-3;\\ y=1\end{cases}\text{ або }\begin{cases}x=1;\\ y=-3\end{cases}\text{ або }\begin{cases}x=1;\\ y=1.\end{cases}\\ \begin{cases}xy=1;\\ x+y=2,\end{cases}\end{array}\right.$$ *Відповідь*: (–3; 1), (1; –3), (1; 1).

4.2. Якщо n не кратне 3, то $n=3k\pm1$, де k — деяке ціле число. Тоді

$$n^2+2=(3k\pm1)^2+2=9k^2\pm6k+1+2=9k^2\pm6k+3=3(3k^2\pm2k+1)\vdots3.$$

4.3. Нехай M — точка перетину сторони BC і серединного перпендикуляра діагоналі AC. Нехай $\angle OMC=\angle BOA=\alpha$.



$\angle BOA$ — зовнішній кут рівнобедреного трикутника BOC.

Тоді $\angle BOA=\angle BCO+\angle CBO$, звідки $\angle BCO=\angle CBO=\dfrac{\alpha}{2}$.

З ΔMOC ($\angle O=90°$) одержимо: $\angle OCM+\angle OMC=\dfrac{\alpha}{2}+\alpha=90°$; $3\alpha=180°$, $\alpha=60°$.

Відповідь: 60°.

http://shkilniypidruc.ucoz.ru/ * Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

ВАРІАНТ № 14 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2	X			
1.3		X		
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6		X		
1.7	X			
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10			X	
1.11				X
1.12		X		

http://shkilnyypidruc.ucoz.ru/ * Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 1.

2.2 1.

2.3 32.

2.4 17.

2.5 (6; –9).

2.6 $y = 3x + 7$.

Чернетка до частини 2

2.1. $a^2 - 2a\sqrt{5} - 3 = a^2 - 2a\sqrt{5} + 5 - 5 - 3 = \left(a - \sqrt{5}\right)^2 - 8$. Якщо $a = \sqrt{5} + 3$, маємо:

$\left(\sqrt{5} + 3 - \sqrt{5}\right)^2 - 8 = 9 - 8 = 1.$

2.2. $\frac{3}{x^2+4x+4} + \frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2}$; $\frac{3}{(x+2)^2} + \frac{4}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x-2}$; $\frac{3(x-2)+4(x+2)-(x+2)^2}{(x+2)^2(x-2)} = 0$;

$\frac{x^2-3x+2}{(x+2)^2(x-2)} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0, \\ x \neq -2, \\ x \neq 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 1, x_2 = 2, \\ x \neq -2, \\ x \neq 2. \end{cases}$ $x = 1.$

2.3. $x^4 + x^2y^2 + y^4 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 = \left(x^2 + y^2\right)^2 - x^2y^2 = 6^2 - 2^2 = 32.$

2.4. $a_1 = 10{,}5$, $a_2 = 9{,}8$, $d = a_2 - a_1 = -0{,}7$. $a_n = a_1 + d(n-1)$, $a_n < 0$,
$10{,}5 - 0{,}7(n-1) < 0$; $10{,}5 - 0{,}7n + 0{,}7 < 0$; $0{,}7n > 11{,}2$; $n > 16$. Отже, номер першого від'ємного члена дорівнює 17.

2.5. $\vec{a} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{(2+3; 3-7)} = \overrightarrow{(5; -4)}$. $\overrightarrow{CD} = \vec{a}$; $\overrightarrow{(x-1; y+5)} = \overrightarrow{(5; -4)}$.

$x - 1 = 5$; $y + 5 = -4$; $x = 6$; $y = -9$; $D(6; -9)$.

2.6. $y = kx + b$. Підставимо координати точок. $\begin{cases} -k + b = 4; \\ -3k + b = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} 2k = 6; \\ -k + b = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} k = 3; \\ b = 7; \end{cases}$

$y = 3x + 7.$

3.1. Графік функції $y=\begin{cases}\dfrac{6}{x}, \text{якщо } x<-1;\\ 6x, \text{якщо } -1\le x\le 1;\\ \dfrac{6}{x}, \text{якщо } x>1\end{cases}$ складається з частин гіперболи $y=\dfrac{6}{x}$ для $x<-1$ і $x>1$ та частини прямої $y=6x$ для $-1\le x\le 1$. Функція зростає на проміжку $[-1;\ 1]$ і спадає на проміжках $(-\infty;\ -1]$ і $[1;\ +\infty)$.



Відсканована та оброблена для сайту шкільної літератури
http://shkolnyliteratura.com.ua/

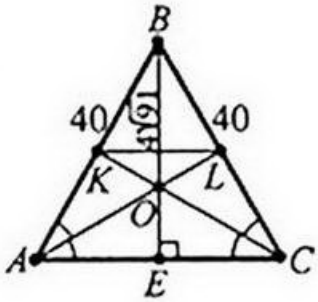
Відповідь: проміжок зростання — $[-1;\ 1]$, проміжки спадання — $(-\infty;\ -1]$ і $[1;\ +\infty)$.

3.2. Нехай вкладник поклав x грн. на перший рахунок, а на другий — y грн. Через рік з першого рахунку він отримав $0{,}05x$ грн., а з другого — $0{,}04y$ грн. відсоткових грошей, що в сумі становило 1160 грн. Одержимо рівняння: $0{,}05x+0{,}04y=1160$. Якщо внесені на різні рахунки кошти поміняти місцями, то одержимо рівняння: $0{,}04x+0{,}05y=1180$. Розв'яжемо систему: $\begin{cases}0{,}05x+0{,}04y=1160;\\ 0{,}04x+0{,}05y=1180.\end{cases}$ $0{,}09x+0{,}09y=2340;$ $0{,}09(x+y)=2340;\ x+y=26000$. Отже, вкладник вніс до банку 26000грн.

Відповідь: 26000 грн.

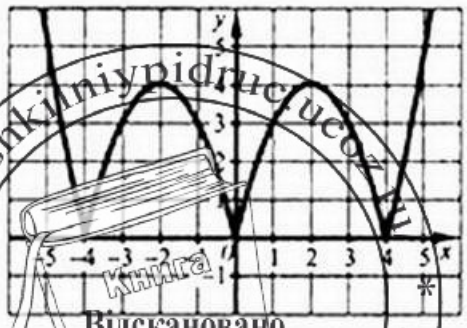
3.3. $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{10+3x-x^2}}+\sqrt{x+1}$. Область визначення даної функції знайдемо із системи $\begin{cases}10+3x-x^2>0,\\ x+1\ge 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-3x-10<0,\\ x\ge -1;\end{cases}$ $\begin{cases}(x+2)(x-5)<0,\\ x\ge -1;\end{cases}$ $\begin{cases}x\in(2;\ 5),\\ x\in[-1;\ +\infty).\end{cases}$ Отже, $x\in[-1;5)$. *Відповідь:* $[-1;5)$.

3.4. Нехай ABC — заданий рівнобедрений трикутник, $AB=BC=$ $=40$ см, BE — його висота, $BE=4\sqrt{91}$ см, O — точка перетину бісектрис AL і CK. З прямокутного трикутника AEB ($\angle E=90°$) одержимо: $AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\sqrt{40^2-\left(4\sqrt{91}\right)^2}=$ $=12$ (см). $AC=24$ см. За властивістю бісектриси трикутника маємо: $\dfrac{BL}{LC}=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{40}{24}=\dfrac{5}{3}$. Тоді $BL=\dfrac{5}{8}BC=25$ (см). Аналогічно $BK=25$ см. Трикутники KBL і ABC — рівнобедрені зі спільним кутом при вершині. Отже, $\Delta KBL\sim\Delta ABC$. Тоді $\dfrac{KL}{AC}=\dfrac{BL}{BC}$; $KL=\dfrac{BL\cdot AC}{BC}=\dfrac{25\cdot 24}{40}=15$ (см).



Відповідь: 15 см.

4.1. Побудуємо в одній системі координат графіки функцій $y = \big||x^2 - 4|x|\big| = \begin{cases} |x^2 + 4x|, \text{ якщо } x < 0; \\ |x^2 - 4x|, \text{ якщо } x \geq 0 \end{cases}$ та $y = a$.

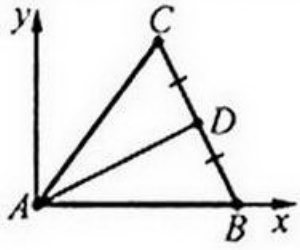


Корені рівняння — абсциси точок перетину побудованих графіків. *Відповідь*: якщо $a < 0$, то рівняння не має коренів, якщо $a = 0$, то рівняння має 3 корені; якщо $0 < a < 4$ — 6 коренів, якщо $a = 4$ — 4 корені, якщо $a > 4$ — 2 корені.

Відсканована та оброблена для сайту http://shkilniypidruchnyk.com.ua книга шкільної літератури

4.2. $n^3 + 5n = n^3 - n + 6n = n(n-1)(n+1) + 6n$. Одне з чисел $n - 1$, n, $n + 1$ обов'язково парне, а одне — кратне 3, тобто значення виразу $n(n-1)(n+1)$ при всіх $n \in N$ кратне 6. Тоді і сума $n(n-1)(n+1) + 6n$ кратна 6 при будь-якому натуральному n.

4.3. Нехай $AB = a$. Введемо систему координат так, що $A(0; 0)$, $B(a; 0)$. Точка $C(x; y)$ — шукана. Координати точки D дорівнюють: $x_D = \dfrac{x+a}{2}$, $y_D = \dfrac{y+0}{2} = \dfrac{y}{2}$. $AD = \sqrt{\left(\dfrac{x+a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{2}\right)^2}$;



$BC = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}$. За умовою, $AD = BC$, тому:

$\sqrt{\left(\dfrac{x+a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{2}\right)^2} = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}$. Звідси $\dfrac{x^2 + 2ax + a^2}{4} + \dfrac{y^2}{4} = x^2 - 2ax + a^2 + y^2$;

$x^2 + 2ax + a^2 + y^2 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + 4y^2$; $x^2 - \dfrac{10}{3}ax + y^2 + a^2 = 0$;

$x^2 - 2 \cdot \dfrac{5}{3}ax + \dfrac{25}{9}a^2 - \dfrac{25}{9}a^2 + y^2 + a^2 = 0$. Отримуємо рівняння кола

$\left(x - \dfrac{5}{3}a\right)^2 + y^2 = \dfrac{16}{9}a^2$. Шукане геометричне місце точок — точки отриманого кола, за винятком точок перетину прямої AB з цим колом. *Відповідь*: коло з центром у точці E, яка належить прямій AB і такій, що точка B ділить відрізок AE у відношенні 3 : 2, рахуючи від точки A, без точок, які належать прямій AB. Радіус кола дорівнює $\dfrac{4}{3}AB$.

ВАРІАНТ № 15 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2				X
1.3	X			
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6		X		
1.7				X
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10		X		
1.11				X
1.12			X	

http://shkilnylyteratury.ucoz.ru/ * Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури Книга

Частина 2

2.1 $(1; +\infty)$.

2.2 -6.

2.3 15.

2.4 -63.

2.5 10 см.

2.6 18.

Чернетка до частини 2

2.1. $\frac{5x-3}{4}-\frac{3-x}{5}>\frac{2-x}{10}$. $5(5x-3)-4(3-x)>2(2-x)$; $25x+4x+2x>15+12+4$;

$31x>31$; $x>1$. $x\in(1;+\infty)$.

2.2. $\left(\frac{5m+2}{5m-2}-\frac{5m-2}{5m+2}\right):\frac{20m}{12-75m^2}=\frac{(5m+2)^2-(5m-2)^2}{25m^2-4}\cdot\frac{12-75m^2}{20m}=$

$=\frac{25m^2+20m+4-25m^2+20m-4}{25m^2-4}\cdot\frac{3(4-25m^2)}{20m}=\frac{40m}{25m^2-4}\cdot\frac{3(4-25m^2)}{20m}=-6.$

2.3. $\frac{15^4\cdot5^{-6}}{45^{-3}\cdot3^9}=\frac{3^4\cdot5^4\cdot5^{-6}}{3^{-6}\cdot5^{-3}\cdot3^9}=\frac{3^4\cdot5^{-2}}{3^3\cdot5^{-3}}=3\cdot5=15.$

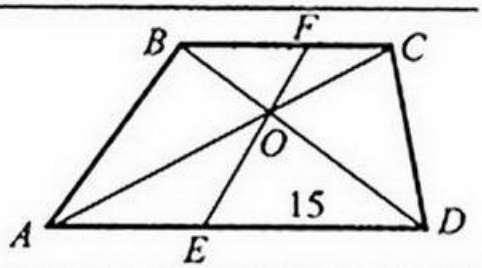
2.4. $q=\frac{b_4}{b_3}=\frac{-24}{12}=-2$. $b_3=b_1\cdot q^2$; $b_1=\frac{12}{4}=3$. За формулою $S_n=\frac{b_1q^n-b_1}{q-1}$ одержимо:

$S_6=\frac{3\cdot(-2)^6-3}{-3}=-63$.

2.5. Трикутники FCO і EAO — подібні: $\frac{OF}{EO}=\frac{OC}{AO}=\frac{2}{3}$.

Трикутники EOD і FOB — подібні:

$\frac{BF}{DE}=\frac{OF}{EO}=\frac{2}{3}$. $BF=\frac{2}{3}DE=\frac{2\cdot15}{3}=10$ (см).



2.6. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{(1-4;1+2)}=\overrightarrow{(-3;3)}$; $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{(3-4;3+2)}=\overrightarrow{(-1;5)}$. $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{MP}=(-3)\cdot(-1)+3\cdot5=18$.

3.1. $y = -x^2 - 6x - 5$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз ($a = -1 < 0$). Координати вершини:

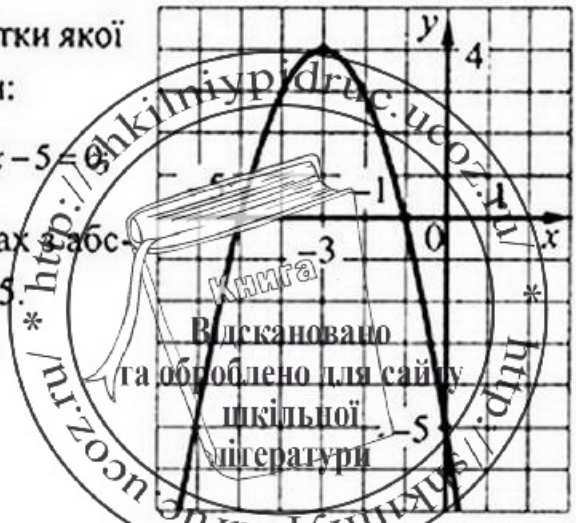
$x = -\frac{-6}{2\cdot(-1)} = -3$; $y(-3) = -(-3)^2 - 6\cdot(-3) - 5 = 4$; $-x^2 - 6x - 5 = 0$;

$x_1 = -5$; $x_2 = -1$. Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами -5 і -1, а вісь y — у точці з ординатою -5.

1. Областю значень функції є проміжок $(-\infty; 4]$.

2. Функція спадає на проміжку $[-3; +\infty)$.

Відповідь: **1.** $(-\infty; 4]$; **2.** $[-3; +\infty)$.



http://shkilniypidruc.ucoz.ru/
Відсканована та оброблена для сайту шкільної літератури
книга

3.2. Нехай x км/год — початкова швидкість, $(x+8)$ км/год — кінцева швидкість мікроавтобуса. Щоб проїхати 144 км, він затратив би $\frac{144}{x}$ год, якби їхав із початковою швидкістю, і $\frac{144}{x+8}$ год — із кінцевою швидкістю. Рівняння: $\frac{144}{x} - \frac{144}{x+8} = \frac{1}{5}$;

$\frac{5\cdot144(x+8) - 5\cdot144x - x(x+8)}{5x(x+8)} = 0$; $\frac{720x + 5760 - 720x - x^2 - 8x}{5x(x+8)} = 0$; $\frac{x^2 + 8x - 5760}{5x(x+8)} = 0$;

$\begin{cases} x^2 + 8x - 5760 = 0, \\ x \neq -8, x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -80\ x_2 = 72, \\ x \neq -8, x \neq 0. \end{cases}$ $x = -80$ не задовольняє умову.

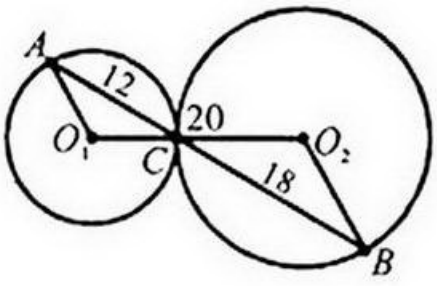
Відповідь: 72 км/год.

3.3. $\begin{cases} 2x + 5xy = 14; \\ y - 5xy = -9, \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 5xy = 14; \\ 2x + y = 5, \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 5x(5 - 2x) = 14; \\ y = 5 - 2x, \end{cases}$ $\begin{cases} 10x^2 - 27x + 14 = 0; \\ y = 5 - 2x, \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 2, x_2 = 0,7; \\ y = 5 - 2x, \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = 2; \\ y_1 = 1 \end{cases}$ або $\begin{cases} x_2 = 0,7; \\ y_2 = 3,6. \end{cases}$ *Відповідь:* (2; 1); (0,7; 3,6).

3.4. Нехай $O_1C = r$. Тоді $CO_2 = 20 - r$. Рівнобедрені трикутники O_1AC і O_2BC подібні за рівними кутами при основах. Отже, $O_1C : O_2C = AC : BC$; $r : (20 - r) = 12 : 18$; $r : (20 - r) = 2 : 3$; $3r = 40 - 2r$; $5r = 40$; $r = 8$ (см). Отже, $O_1C = r = 8$ см, $O_2C = 20 - r = 12$ (см).

Відповідь: 8 см; 12 см.

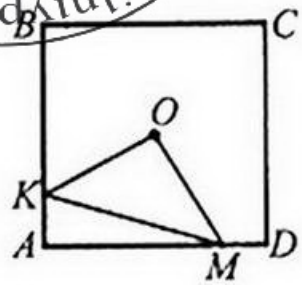


4.1. $|x+2|(x^2-a^2)>0;\ |x+2|(x-a)(x+a)>0;\ \begin{cases}(x-a)(x+a)>0;\\ x\neq -2,\end{cases}$

Відповідь: якщо $|a|<2$, то $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;-|a|)\cup(|a|;+\infty)$; якщо $|a|\geq 2$, то $x\in(-\infty;-|a|)\cup(|a|;+\infty)$.

4.2. Учні 9 «А» і 9 «Б» класів можуть подати своїх представників до делегації відповідно C_{30}^3 і C_{32}^3 способами. Тоді вся учнівська делегація може бути сформована $C_{30}^3\cdot C_{32}^3=\frac{30\cdot 29\cdot 28}{2\cdot 3}\cdot\frac{32\cdot 31\cdot 30}{2\cdot 3}=20137600$ (сп.). *Відповідь*: 20137600 способів.

4.3. При повороті квадрата на кут 90° за годинниковою стрілкою з центром O сторона AB є образом сторони DA. Оскільки $AK=DM$, то при такому повороті точка K є образом точки M. Тому $\angle KOM=90°$. *Відповідь*: 90°.



http://shkilniypidruc.ucozru/
Книга
Відсканована
та оброблена для сайту
шкільної
літератури

ВАРІАНТ № 16 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2				X
1.3	X			
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6			X	
1.7	X			
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10				X
1.11				X
			X	

http://shkilnyypidruc.ucoz.ru/* Книга Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 $\sqrt{b}$.

2.2 (2; 1);(18; –31).

2.3 8.

2.4 $\frac{a-2}{a+7}$.

2.5 $\frac{145}{8}$ см.

2.6 $R = 12{,}5$ см; $r = 4{,}5$ см.

Чернетка до частини 2

2.1. $\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}:\left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}-\frac{\sqrt{b}+\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)=\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}:\frac{\sqrt{b}\sqrt{b}-\left(\sqrt{b}+\sqrt{a}\right)\left(\sqrt{b}-\sqrt{a}\right)}{\left(\sqrt{b}-\sqrt{a}\right)\sqrt{b}}=\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}:\frac{b-\left(\left(\sqrt{b}\right)^2-\left(\sqrt{a}\right)^2\right)}{\left(\sqrt{b}-\sqrt{a}\right)\sqrt{b}}=$

$=\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}:\frac{b-b+a}{\left(\sqrt{b}-\sqrt{a}\right)\sqrt{b}}=\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}\cdot\frac{\left(\sqrt{b}-\sqrt{a}\right)\sqrt{b}}{a}=\frac{a\sqrt{b}}{a}=\sqrt{b}$. *Відповідь:* $\sqrt{b}$.

2.2. $\begin{cases}2x+y=5,\\3x^2-y^2=11;\end{cases}\begin{cases}3x^2-(5-2x)^2=11,\\y=5-2x;\end{cases}\begin{cases}x^2-20x+36=0,\\y=5-2x;\end{cases}\begin{cases}x_1=2,\\y_1=1;\end{cases}\begin{cases}x_2=18,\\y_2=-31.\end{cases}$

(2; 1);(18; –31).

2.3. $x-\frac{x-1}{2}-\frac{x+3}{4}<2;\ 4x-2(x-1)-(x+3)<8;\ 4x-2x+2-x-3<8;\ x<9$. Найбільший цілий розв'язок — $x=8$.

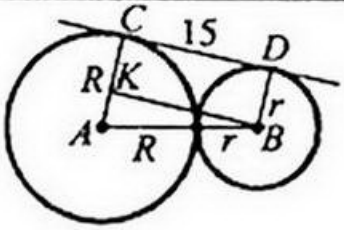
2.4. $\frac{a^2+5a-14}{a^2+14a+49}=\frac{(a+7)(a-2)}{(a+7)^2}=\frac{a-2}{a+7}$.

2.5. $R=\frac{abc}{4S};\ p=\frac{25+29+36}{2}=45$ (см). $S=\sqrt{45\cdot20\cdot16\cdot9}=$

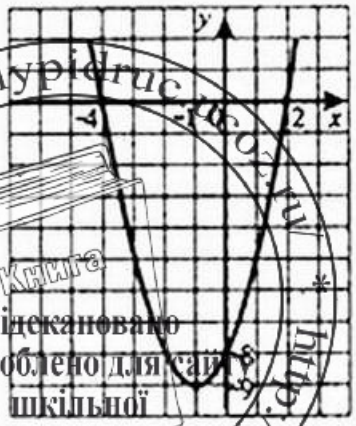
$=360$ (см^2). $R=\frac{25\cdot29\cdot36}{4\cdot360}=\frac{145}{8}$ (см).

2.6. $AB^2=AK^2+KB^2;\ 17^2=AK^2+15^2;\ AK^2=64;\ AK=8$.

$\begin{cases}R-r=8;\\R+r=17;\end{cases}\begin{cases}2R=25;\\R+r=17;\end{cases}\begin{cases}R=12{,}5\ (\text{см});\\r=4{,}5\ (\text{см}).\end{cases}$



3.1. $y = x^2 + 2x - 8$. Функція є квадратичною, тому її графіком є парабола, вітки якої напрямлені вгору ($a = 1 > 0$). Координати вершини: $x = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1$; $y(-1) = (-1)^2 - 2 - 8 = -9$.



$x^2 + 2x - 8 = 0$; $x_1 = -4$; $x_2 = 2$. Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами –4 і 2, а вісь y — в точці з ординатою –8. Графік функції будуємо за точками: (–1; –9), (–4; 0), (2; 0), (0; –8).

1. Проміжок зростання функції $[-1; +\infty)$.

2. Функція набуває від'ємних значень, якщо $x \in (-4; 2)$.

Відповідь: **1.** $[-1; +\infty)$; **2.** $(-4; 2)$.

http://shkilniypidruc.ucoz.ua
Книга відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури
http://shkilniypidruc.ucoz.ua

3.2. Нехай швидкість течії річки x км/год. Тоді швидкість теплохода за течією становить $(32+x)$ км/год, проти течії — $(32-x)$ км/год. $\frac{17}{32+x}$ год — час руху теплохода за течією, $\frac{75}{32-x}$ год — час руху теплохода проти течії. Рівняння: $\frac{75}{32-x} - \frac{17}{32+x} = 2$;

$$\frac{75(32+x) - 17(32-x) - 2(32^2 - x^2)}{(32-x)(32+x)} = 0; \frac{2400 + 75x - 544 + 17x - 2048 + 2x^2}{(32-x)(32+x)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 + 46x - 96 = 0, \\ x \neq 32, x \neq -32; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 2, x_2 = -48, \\ x \neq 32, x \neq -32. \end{cases}$$

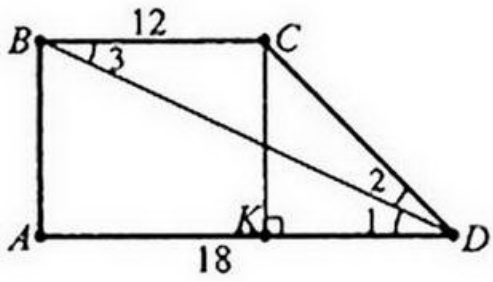
$x = -48$ — не задовольняє умову задачі.

Отже, швидкість течії річки дорівнює 2 км/год. *Відповідь:* 2 км/год.

3.3. Числа b_1, b_2, b_3 будуть послідовними членами геометричної прогресії, якщо $\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2}$. Тоді $\frac{x+2}{3x-2} = \frac{x+8}{x+2}$, $(x+2)^2 = (3x-2)(x+8)$; $x^2 + 9x - 10 = 0$; $x_1 = -10$; $x_2 = 1$.

При $x = -10$: –32; –8; –2; при $x = 1$: 1; 3; 9. *Відповідь:* {–32; –8; –2} і {1; 3; 9}.

3.4. Нехай $ABCD$ ($AD \| BC$, $AB \perp AD$) — задана трапеція, $AD = 18$ см, $BC = 12$ см, DB — бісектриса кута D, CK — висота трапеції. $\angle 1 = \angle 2$, бо DB — бісектриса кута D. $\angle 1 = \angle 3$, бо $AD \| BC$ і DB — січна. Отже, $\angle 2 = \angle 3$ і трикутник BCD — рівнобедрений, $CD = CB = 12$ (см). $KD = AD - AK = AD - BC = 18 - 12 = 6$ (см). З трикутника CKD ($\angle K = 90°$) маємо: $CK = \sqrt{CD^2 - DK^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ (см). Отримуємо:



$$S_{тр.} = \frac{AD + BC}{2} \cdot CK = \frac{18 + 12}{2} \cdot 6\sqrt{3} = 90\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

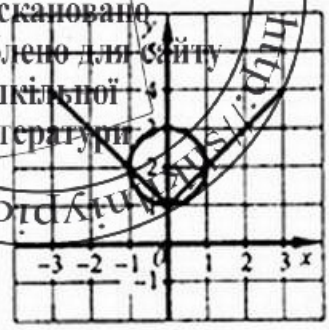
Відповідь: $90\sqrt{3}$ см^2.

4.1. $\sqrt{x^2-25}(x^2-3x-28)\ge 0$. Дана нерівність рівносильна системі:

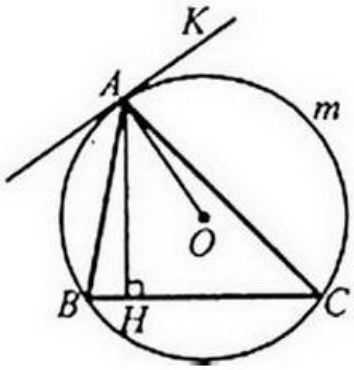
$$\begin{cases} x^2-25\ge 0, \\ \left[\begin{array}{l} x^2-25=0, \\ x^2-3x-28\ge 0; \end{array}\right. \end{cases} \begin{cases} x\in(-\infty;-5]\cup[5;+\infty), \\ \left[\begin{array}{l} x=\pm 5, \\ (x+4)(x-7)\ge 0; \end{array}\right. \end{cases} \begin{cases} x\in(-\infty;-5]\cup[5;+\infty), \\ \left[\begin{array}{l} x=\pm 5, \\ x\in(-\infty;-4]\cup[7;+\infty), \end{array}\right. \end{cases}$$

$x\in(-\infty;-5]\cup\{5\}\cup[7;+\infty)$. *Відповідь*: $(-\infty;-5]\cup\{5\}\cup[7;+\infty)$.

4.2. $\begin{cases} x^2+(y-2)^2=1; \\ y=|x|+a. \end{cases}$ Графік першого рівняння — коло радіуса 1 з центром у точці (0; 2). Графіком другого рівняння є графік функції $y=|x|$ зміщений на a одиниць по осі ординат. Три точки перетину графіків, а отже і три розв'язки системи, можливі лише у випадку, зображеному на рисунку, тобто при $a=1$. *Відповідь*: $a=1$.



4.3. Проведемо дотичну AK до кола, описаного навколо трикутника ABC. $\angle CAK=\angle ABC$ як кути, які вимірюються половиною дуги $\cup AmC$. З ΔABH: $\angle BAH+\angle B=90^\circ$ і за властивістю дотичної до кола $\angle CAK+\angle OAC=90^\circ$. Звідси $\angle BAH=\angle OAC$.



http://shkolniypidruc.ucoz.ru/
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

ВАРІАНТ № 17 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2		X		
1.3				X
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6	X			
1.7			X	
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10				X
1.11			X	
1.12		X		

http://shkilnyypidruc.ucoz.ru
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 60500 грн.

2.2 $a_1 = -8$.

2.3 $\sqrt{m}$.

2.4 $(-4; 1)$.

2.5 $\frac{a(3+\sqrt{3})}{6}$.

2.6 34 см.

Чернетка до частини 2

2.1. $50000(1+0{,}1)(1+0{,}1) = 60500$ грн.

2.2. $\begin{cases} a_6 = a_1 + 5d, \\ a_{12} = a_1 + 11d. \end{cases} \begin{cases} a_1 + 5d = 17, \\ a_1 + 11d = 47; \end{cases} \begin{cases} 6d = 30, \\ a_1 + 11d = 47; \end{cases} \begin{cases} d = 5, \\ a_1 = -8; \end{cases} a_1 = -8.$

2.3. $\left(\frac{\sqrt{m}-2}{\sqrt{m}+2} + \frac{8\sqrt{m}}{m-4}\right) : \frac{\sqrt{m}+2}{m-2\sqrt{m}} = \left(\frac{\sqrt{m}-2}{\sqrt{m}+2} + \frac{8\sqrt{m}}{(\sqrt{m})^2 - 2^2}\right) : \frac{\sqrt{m}+2}{\sqrt{m}(\sqrt{m}-2)} =$

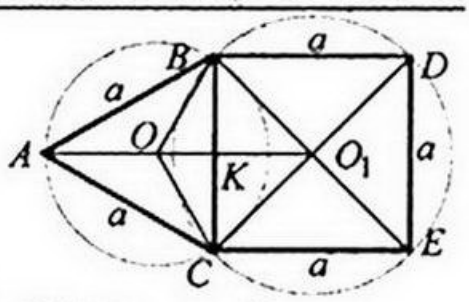
$= \frac{(\sqrt{m}-2)^2 + 8\sqrt{m}}{(\sqrt{m}-2)(\sqrt{m}+2)} \cdot \frac{\sqrt{m}(\sqrt{m}-2)}{\sqrt{m}+2} = \frac{m - 4\sqrt{m} + 4 + 8\sqrt{m}}{(\sqrt{m}+2)^2} \cdot \sqrt{m} = \frac{m + 4\sqrt{m} + 4}{(\sqrt{m}+2)^2} \cdot \sqrt{m} =$

$= \frac{(\sqrt{m}+2)^2}{(\sqrt{m}+2)^2} \cdot \sqrt{m} = \sqrt{m}.$

2.4. $y = \frac{4}{\sqrt{4 - 3x - x^2}}$. $4 - 3x - x^2 > 0$; $x^2 + 3x - 4 < 0$; $(x+4)(x-1) < 0$; $x \in (-4; 1)$.

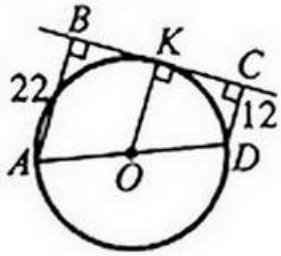
2.5. $OK = \frac{1}{3}KA = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. $KO_1 = \frac{1}{2}a$;

$OO_1 = \frac{a}{2} + \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a(3+\sqrt{3})}{6}$.

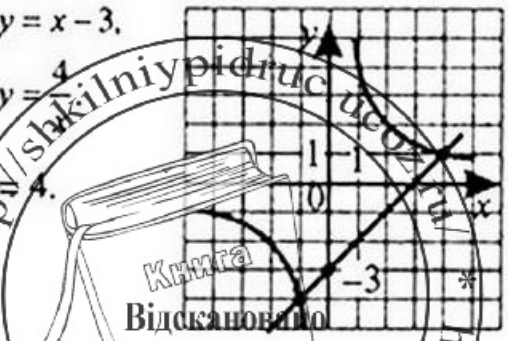


2.6. $OK = R$ — середня лінія трапеції $ABCD$. $R = \frac{12+22}{2} = 17$ (см).

$D = 2R = 2 \cdot 17 = 34$ (см).



3.1. Координати точок перетину знайдемо із системи: $\begin{cases} y = x - 3, \\ y = \frac{4}{x}; \end{cases}$



Звідси: $x - 3 = \frac{4}{x}$; $x(x-3) = 4$; $x^2 - 3x - 4 = 0$; $x_1 = -1$, $x_2 = 4$.

$y_1 = -4$, $y_2 = 1$.

Відповідь: (–1; –4); (4; 1).

Відсканована та оброблено для сайту шкільної http://shkilniypidruc.ucoz.ru/

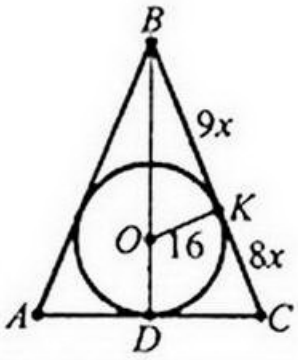
3.2. Нехай було x учнів, тоді кожен отримав $\frac{120}{x}$ горіхів. Якби учнів було $(x+2)$, тоді кожен отримав би $\frac{120}{x+2}$ горіхів. Згідно з умовою, $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+2} = 2$;

$\frac{120(x+2) - 120x - 2x(x+2)}{x(x+2)} = 0$; $\frac{x^2 + 2x - 120}{x(x+2)} = 0$; $\begin{cases} x^2 + 2x - 120 = 0, \\ x \neq -2, x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -12, x_2 = 10, \\ x \neq -2, x \neq 0. \end{cases}$

$x = -12$ не задовольняє умову задачі. Отже, було 10 учнів. *Відповідь:* 10 учнів.

3.3. $5a^2 + 4a - 2ab + b^2 + 2 = (4a^2 + 4a + 1) + (a^2 - 2ab + b^2) + 1 = (2a+1)^2 + (a-b)^2 + 1 > 0$ при всіх дійсних значеннях a і b.

3.4. Нехай ABC — рівнобедрений трикутник ($AB = BC$) з центром вписаного кола O, K — точка дотику кола до сторони BC, $OK = 16$ см, $CK : KB = 8 : 9$. Нехай $CK = 8x$ см, тоді $BK = 9x$ см, $BC = 8x + 9x = 17x$ (см). Проведемо висоту BD трикутника. Трикутник OKB прямокутний ($\angle K = 90°$), тому $OB = \sqrt{OK^2 + KB^2} = \sqrt{16^2 + (9x)^2} = \sqrt{256 + 81x^2}$ (см). За властивістю дотичних, проведених з однієї точки до кола, $CD = CK = 8x$. З подібності прямокутних трикутників BOK і BCD (за спільним гострим кутом) одержимо: $\frac{BO}{BC} = \frac{OK}{DC}$; $\frac{\sqrt{256 + 81x^2}}{17x} = \frac{16}{8x}$; $\frac{\sqrt{256 + 81x^2}}{17} = 2$;



$\sqrt{256 + 81x^2} = 34$; $256 + 81x^2 = 1156$; $81x^2 = 900$; $x^2 = \frac{900}{81}$; $x = \frac{10}{3}$.

$DC = 8x = \frac{10}{3} \cdot 8 = \frac{80}{3}$ (см). $BC = 17x = 17 \cdot \frac{10}{3} = \frac{170}{3}$ (см). $P_{\triangle ABC} = 2 \cdot \left(\frac{80}{3} + \frac{170}{3}\right) = \frac{500}{3}$ (см).

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} P \cdot r = \frac{1}{2} \cdot \frac{500}{3} \cdot 16 = \frac{4000}{3} = 1333\frac{1}{3}$ (см^2). *Відповідь:* $1333\frac{1}{3}$ см^2.

4.1. $\begin{cases}|x-2|+y^2=2-x;\\ y=x^2+2x-15,\end{cases}$ $|x-2|+y^2\geq 0$, звідси $2-x\geq 0$; $x\leq 2$. Тоді $|x-2|=2-x$.

Отримаємо: $\begin{cases}x\leq 2;\\ 2-x+y^2=2-x;\\ y=x^2+2x-15,\end{cases}\begin{cases}x\leq 2;\\ y=0;\\ x^2+2x-15=0,\end{cases}\begin{cases}x\leq 2;\\ y=0;\\ \left[\begin{array}{l}x=3;\\ x=-5.\end{array}\right.\end{cases}\begin{cases}x=-5;\\ y=0.\end{cases}$ *Відповідь*: $(-5;\ 0)$.

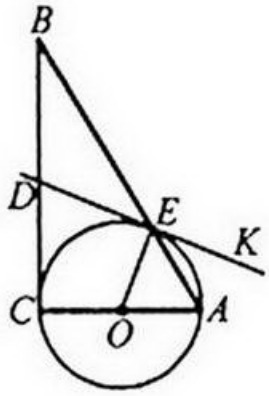
http://shkilniypidruc.ucoz.ru/ Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

4.2. $\sqrt{43-6\sqrt{28}}-\sqrt{43+6\sqrt{28}}=\sqrt{43-2\cdot 6\sqrt{7}}-\sqrt{43+2\cdot 6\sqrt{7}}=$

$\sqrt{36-2\cdot 6\sqrt{7}+7}-\sqrt{36+2\cdot 6\sqrt{7}+7}=\sqrt{\left(6-\sqrt{7}\right)^2}-\sqrt{\left(6+\sqrt{7}\right)^2}=$

$=6-\sqrt{7}-6-\sqrt{7}=-2\sqrt{7}$. *Відповідь*: $-2\sqrt{7}$.

4.3. Оскільки $OA=OE=r$, то ΔAOE — рівнобедрений. Звідси $\angle E=\angle A$. Позначимо точку K на промені DE (див. рис.). $\angle KEA=\angle KEO-\angle AEO=90°-\angle A$. $\angle DEB=\angle KEA=90°-\angle A$ (як вертикальні). У ΔABC $\angle B=90°-\angle A$. Отже, $\angle B=\angle DEB$, тому ΔBDE — рівнобедрений.



ВАРІАНТ № 18 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2	X			
1.3				X
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6		X		
1.7	X			
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10	X			
1.11		X		
1.12			X	

http://shkilnypidruc.ucoz.ru/ * Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 9.

2.2 $(-2;-8)$ і $\left(\frac{1}{3};-1\right)$.

2.3 $-\sqrt{2}$.

2.4 25.

2.5 40 см.

2.6 1 : 2.

Чернетка до частини 2

2.1. Якщо $4x-1$ — множник квадратного рівняння, то $4x-1=0$, $x_1=\frac{1}{4}$ — корінь рівняння. Але $x_1\cdot x_2=\frac{2}{4}$. Звідси $\frac{1}{4}x_2=\frac{2}{4}$; $x_2=2$. Тоді $\frac{a}{4}=x_1+x_2=\frac{9}{4}$. $a=9$.

2.2. Координати точок перетину знайдемо з системи: $\begin{cases}3x-y-2=0,\\ y=3x^2+8x-4.\end{cases}$ Звідки:

$3x^2+8x-4=3x-2$, $3x^2+5x-2=0$, $x_1=-2$, $x_2=\frac{1}{3}$. Тоді: $y_1=-8$, $y_2=-1$.

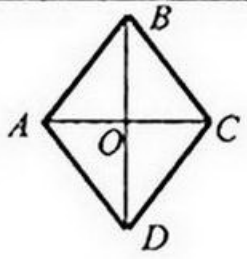
Отже, графіки перетинаються у точках $(-2;-8)$ і $\left(\frac{1}{3};-1\right)$.

2.3. $\sqrt{\left(\sqrt{8}-3\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-3\right)^2}=\left|2\sqrt{2}-3\right|-\left|\sqrt{2}-3\right|=3-2\sqrt{2}-\left(3-\sqrt{2}\right)=-\sqrt{2}$.

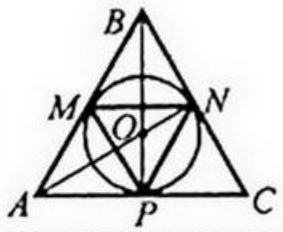
2.4. Використавши формулу n-го члена геометричної прогресії (b_n): $b_n=b_1q^{n-1}$, одержимо: $0{,}8=b_1q^2$; $0{,}16=b_1q^3$. Звідси $q=\frac{b_4}{b_3}=\frac{0{,}16}{0{,}8}=0{,}2$; $b_1=\frac{b_3}{q^2}=\frac{0{,}8}{0{,}2^2}=20$.

Тоді $S=\frac{b_1}{1-q}$; $S=\frac{20}{1-0{,}2}=25$.

2.5. $BO=16:2=8$ (см). $CO=12:2=6$ (см). З трикутника BOC:
$BC=\sqrt{8^2+6^2}=10$(см). $P=4BC=4\cdot10=40$(см).



2.6. $MN:AB=1:2$ (MN — середня лінія правильного трикутника ABC).



3.1. Розглянемо різницю $(4-b)(b+2)-2(21-4b)=4b+8-b^2-2b-42+8b=-b^2+10b-34=-(b-5)^2-9<0$ при всіх дійсних b. Отже, $(4-b)(b+2)<2(21-4b)$ при всіх дійсних значеннях b.

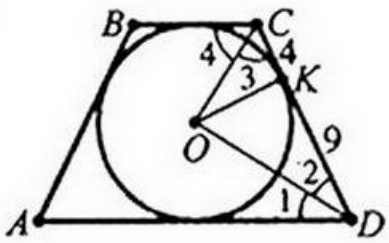
3.2. Нехай друга бригада може самостійно відремонтувати дорогу за x год, виконуючи за 1 год $\frac{1}{x}$ частину роботи. Тоді перша — за $(x+9)$ год, виконуючи за 1 год $\frac{1}{x+9}$ частину роботи. За 9+6=15 (год) перша бригада виконала $\frac{15}{x+9}$ частину роботи, а друга за 6 год виконала $\frac{6}{x}$ частину роботи. Рівняння: $\frac{15}{x+9}+\frac{6}{x}=\frac{1}{2}$;

$\frac{30x+12(x+9)-x(x+9)}{2x(x+9)}=0$; $\frac{30x+12x+108-x^2-9x}{2x(x+9)}=0$; $\frac{x^2-33x-108}{2x(x+9)}=0$;

$\begin{cases}x^2-33x-108=0,\\ x\neq -9,\ x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-3,\ x_2=36,\\ x\neq -9,\ x\neq 0.\end{cases}$ $x=-3$ не задовольняє умову задачі. Отже, друга бригада, працюючи самостійно, може відремонтувати дорогу за 36 год. Тоді перша — за 36+9=45 (год). *Відповідь*: 45 год, 36 год.

3.3. $x_1=-2$; $x_2=0$. $y=a(x-x_1)(x-x_2)$; $y=a(x+2)(x-0)=ax^2+2ax$. Парабола проходить через точку (1; 3). Тоді $3=a+2a$; $a=1$. $y=x^2+2x$. Абсциса вершини параболи $x_0=-\frac{b}{2a}=-1$, ордината — $y_0=(-1)^2+2\cdot(-1)=-1$. *Відповідь:* –1.

3.4. Нехай $ABCD$ ($AD\|BC$) — задана рівнобічна трапеція, O — центр вписаного в трапецію кола, K — точка дотику кола до сторони CD, $CK=4$ см, $KD=9$ см. Центр кола O — точка перетину бісектрис кутів трапеції. Отже, $\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=\angle 4$. Оскільки $\angle D+\angle C=180°$, то $\angle 3+\angle 2=$



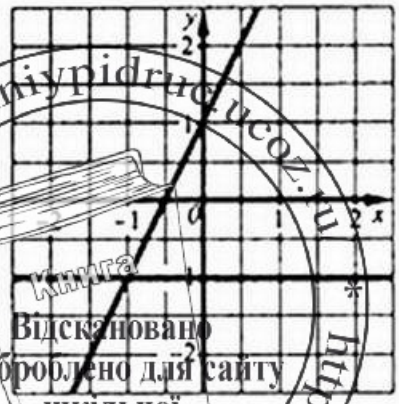
$=\frac{1}{2}\cdot 180°=90°$. Звідси слідує, що трикутник CDO прямокутний ($\angle O=180°-90°=90°$) і OK — його висота. Отже, $r=OK=\sqrt{CK\cdot KD}=\sqrt{4\cdot 9}=6$ (см). Висота h трапеції дорівнює $h=2r=12$ (см). За властивістю сторін описаного чотирикутника маємо: $AD+BC=AB+CD=$

$=2CD=2(4+9)=26$ (см). $S_{тр}=\frac{1}{2}(AD+BC)\cdot h=\frac{1}{2}\cdot 26\cdot 12=156$ (см^2).

Відповідь: 156 см^2.

http://shkilnyidim.ucoz.ru/ Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

4.1. $|y-x|=|x+1|;\left[\begin{array}{l} y-x=x+1; \\ y-x=-x-1, \end{array}\right.\left[\begin{array}{l} y=2x+1; \\ y=-1. \end{array}\right.$. Графік рівняння зображено на рисунку.



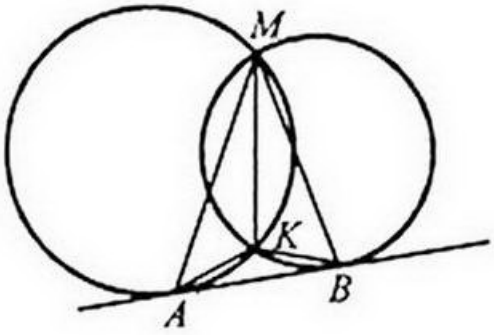
http://shkilniypidruchnyk.ucoz.ru/ * Книга Відсканована та оброблена для сайту шкільної літератури * http://shkilniypidruchnyk.ucoz.ru/

4.2. $\dfrac{x^2-3ax+2a^2+a-1}{x+1}=0;\dfrac{(x-(a+1))(x-(2a-1))}{x+1}=0;\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=a+1; \\ x=2a-1. \end{array}\right. \\ x\neq -1. \end{array}\right.$ Рівняння матиме єдиний розв'язок, коли корені многочлена чисельника збігаються і не дорівнюють -1, або коли корені різні, але один з них дорівнює -1. Коренями чисельника є вирази $a+1$ і $2a-1$.

1). $\left\{\begin{array}{l} a+1=2a-1; \\ a+1\neq -1, \end{array}\right.\left\{\begin{array}{l} a=2; \\ a\neq -2, \end{array}\right.$ $a=2$: 2). $\left\{\begin{array}{l} a+1\neq 2a-1; \\ \left[\begin{array}{l} a+1=-1, \\ 2a-1=-1, \end{array}\right. \end{array}\right.\left\{\begin{array}{l} a\neq 2; \\ \left[\begin{array}{l} a=-2; \\ a=0, \end{array}\right. \end{array}\right.$ $a=-2$ або $a=0$.

Відповідь: -2; 0; 2.

4.3. Проведемо спільну хорду MK даних кіл. $\angle BMK=\angle ABK$ як кути, які вимірюються половиною дуги BK. Аналогічно $\angle AMK=\angle BAK$. Тоді $\angle AMB+\angle AKB=\angle AMK+\angle BMK+\angle AKB=$ $=\angle BAK+\angle ABK+\angle AKB=180°$.



ВАРІАНТ № 19 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2		X		
1.3				X
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6	X			
1.7		X		
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10				X
1.11		X		
1.12		X		

http://shkilnyypidruc.ucoz.ru/ * Книга Відсканована та оброблено для сайту шкільної літератури

Частина 2

2.1 $-1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1.$

2.2 $x^2 - 4x + 1 = 0.$

2.3 $-\frac{3x+15}{x}.$

2.4 144.

2.5 15 см².

2.6 $y = x - 9.$

Чернетка до частини 2

2.1. $y = -4x^4 + 5x^2 - 1$; Нехай $t = x^2$. Тоді $-4t^2 + 5t - 1 = 0; 4t^2 - 5t + 1 = 0; t_1 = 1, t_2 = \frac{1}{4}.$

$x^2 = 1; x_1 = -1, x_2 = 1; x^2 = \frac{1}{4}; x_3 = -\frac{1}{2}; x_4 = \frac{1}{2}.$

2.2. $x^2 + px + q = 0$. За теоремою Вієта для зведеного квадратного рівняння отримаємо: $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 x_2 = q$. Отже, $p = -\left(2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}\right) = -4;$

$q = \left(2 - \sqrt{3}\right)\left(2 + \sqrt{3}\right) = 4 - 3 = 1$. Рівняння: $x^2 - 4x + 1 = 0.$

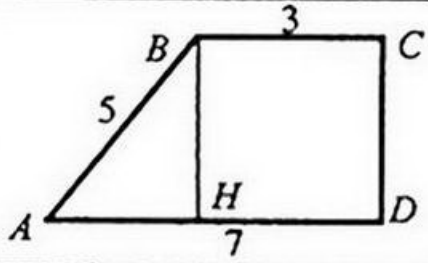
2.3. $\frac{x+3}{6x-30} \cdot \frac{450}{3x+x^2} + \frac{3x}{5-x} = \frac{450}{6x(x-5)} - \frac{3x}{x-5} = \frac{450}{6x(x-5)} - \frac{3x}{x-5} = \frac{450-18x^2}{6x(x-5)} =$

$= \frac{18\left(25-x^2\right)}{6x(x-5)} = -\frac{3(x-5)(x+5)}{x(x-5)} = -\frac{3x+15}{x}.$

2.4. $\frac{10^{-2} \cdot 15^{-4}}{30^{-6}} = \frac{2^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot 3^{-4} \cdot 5^{-4}}{3^{-6} \cdot 2^{-6} \cdot 5^{-6}} = 2^4 \cdot 3^2 = 144.$

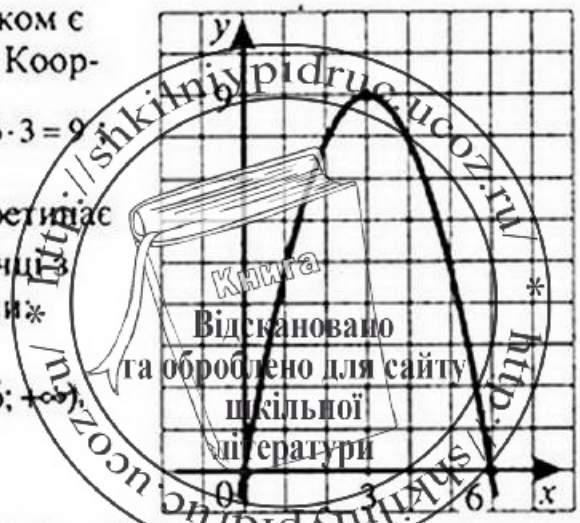
2.5. $AH = 7 - 3 = 4$ (см). $BH = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (см).

$S = \frac{3+7}{2} \cdot 3 = 15$ (см²).



2.6. $y = tg45°x + b; y = x + b; -7 = 2 + b; b = -9. y = x - 9.$

3.1. Функція $y=6x-x^2$ є квадратичною, тому її графіком є парабола, вітки якої напрямлені вниз ($a=-1<0$). Координати вершини: $x=-\frac{6}{2\cdot(-1)}=3$; $y=y(3)=-3^2+6\cdot3=9$.



$-x^2+6x=-x(x-6)=0$; $x_1=0; x_2=6$. Парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами 0 і 6, а вісь y — в точці з ординатою 0. Графік функції будуємо за точками (3; 9), (0; 0), (6; 0).

1. Множина розв'язків нерівності $6x-x^2\le0$: $(-\infty; 0]\cup[6; +\infty)$.

2. Функція зростає на проміжку $(-\infty; 3]$.

Відповідь: **1.** $(-\infty; 0]\cup[6; +\infty)$; **2.** $(-\infty; 3]$.

http://shkilniypidruc.ucoz.ru/ Книга Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

3.2. Нехай x км/год — швидкість течії річки. Тоді $(8+x)$ км/год — швидкість човна за течією, $(8-x)$ км/год — швидкість проти течії річки. $\frac{9}{8+x}$ год — час руху човна за течією, $\frac{1}{8-x}$ год — час руху човна проти течії річки. Пліт 4 км пропливе за $\frac{4}{x}$ год. Рівняння: $\frac{9}{8+x}+\frac{1}{8-x}=\frac{4}{x}$; $\frac{9x(8-x)+x(8+x)-4(64-x^2)}{x(64-x^2)}=0$; $\frac{x^2-20x+64}{x(64-x^2)}=0$;

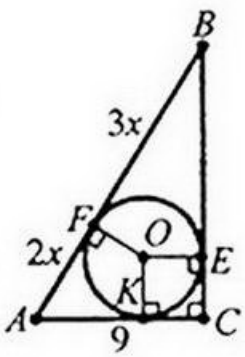
$\begin{cases}x^2-20x+64=0,\\ x\ne-8, x\ne0, x\ne8;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=4, x_2=16,\\ x\ne-8, x\ne0, x\ne8.\end{cases}$ $x=16$ не задовольняє умову задачі. Отже, швидкість течії річки становить 4 км/год. *Відповідь:* 4 км/год.

3.3. $\begin{cases}\frac{x}{y}-\frac{y}{x}=-\frac{8}{3},\\ 4y-3x=13.\end{cases}$ ОДЗ: $\begin{cases}x\ne0,\\ y\ne0.\end{cases}$ Введемо заміну $t=\frac{x}{y}$, $t\ne0$. З першого рівняння системи отримаємо $t-\frac{1}{t}=-\frac{8}{3}$; $3t^2+8t-3=0; t_1=-3; t_2=\frac{1}{3}$. Тоді:

1) $\begin{cases}\frac{x}{y}=-3;\\ 4y-3x=13,\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3y;\\ 4y-3(-3y)=13,\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3;\\ y=1.\end{cases}$

2) $\begin{cases}\frac{x}{y}=\frac{1}{3};\\ 4y-3x=13,\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{1}{3}y;\\ 4y-3x=13,\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{1}{3}y;\\ 4y-3\left(\frac{1}{3}y\right)=13,\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{13}{9};\\ y=\frac{13}{3}.\end{cases}$ *Відповідь:* $(-3;1); \left(\frac{13}{9}; \frac{13}{3}\right)$.

3.4. Нехай в заданий прямокутний трикутник вписано коло з центром у точці O, яке дотикається до сторін трикутника у відповідних точках F, E і K. Нехай $AF=2x$ (см), тоді $FB=3x$ (см). Згідно з властивістю дотичних проведених з однієї точки, $BE=FB=3x$ (см), $AK=AF=2x$ (см), $KC=EC=AC-AK=(9-2x)$ см. З прямокутного трикутника ABC ($\angle C=90°$) за теоремою Піфагора маємо: $AC^2+CB^2=AB^2$; $9^2+(BE+EC)^2=(AF+FB)^2$; $9^2+(3x+(9-2x))^2=(2x+3x)^2$; $81+(x+9)^2=(5x)^2$; $24x^2-18x-162=0$; $4x^2-3x-27=0$; $x_1=-2{,}25$ — не підходить, $x=3$ (см). $OECK$ — прямокутник, тому $OE=KC=9-2x=3$ (см). *Відповідь:* 3 см.



4.1. Розглянемо і побудуємо графік функції

$$y = |x+3| + |x-1| = \begin{cases} 2x+2, \text{ якщо } x \geq 1; \\ 4, \text{ якщо } -3 < x < 1; \\ -2x-2, \text{ якщо } x \leq -3. \end{cases}$$

У тій самій системі координат побудуємо графік функції $y = a$. Графіки перетинаються по відрізку завдовжки 4 при $a = 4$.

Відповідь: 4.

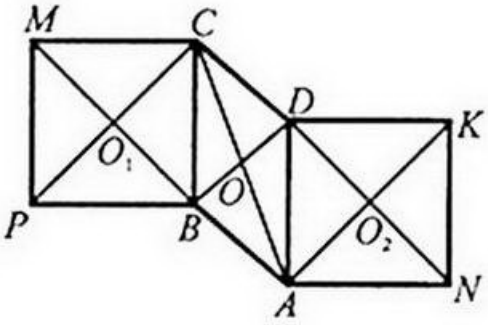


http://shkilniypidruc.com.ua/
Книга
Відсканована
та оброблена для сайту
шкільної
літератури

4.2. Дріб $\frac{12n+1}{30n+2}$ буде нескоротним, якщо нескоротним буде дріб

$\frac{30n+2}{12n+1} = \frac{24n+2+6n}{12n+1} = 2 + \frac{6n}{12n+1}$. Дріб $\frac{30n+2}{12n+1}$ буде нескоротним, якщо нескоротним буде дріб $\frac{6n}{12n+1}$. Дріб $\frac{6n}{12n+1}$ буде нескоротним, якщо нескоротним буде дріб $\frac{12n+1}{6n} = 2 + \frac{1}{6n}$. Дріб $\frac{12n+1}{6n}$ буде нескоротним, якщо нескоротним буде дріб $\frac{1}{6n}$. Дріб $\frac{1}{6n}$ є нескоротним отже, нескоротним є і дріб $\frac{12n+1}{30n+2}$.

4.3. Нехай $ABCD$ — паралелограм, O_1 і O_2 — центри квадратів, побудованих на сторонах BC і AD відповідно, O — точка перетину діагоналей паралелограма. Фігура $OCMPB$ центральносиметрична фігурі $OANKD$ відносно точки O. З цього випливає, що точки O_1 і O_2 теж центральносиметричні відносно точки O. Отже, точки O_1, O і O_2 лежать на одній прямій.



ВАРІАНТ № 20 *Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2		X		
1.3				X
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6		X		
1.7	X			
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10			X	
1.11	X			
		X		

Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури
http://shkilnipidruc.ucoz.ru/ * http://shkilnipidruc.ucoz.ru/

Частина 2

2.1 (–12; 12).

2.2 4,55; 4,4.

2.3 –93.

2.4 2.

2.5 100°.

2.6 36 см².

Чернетка до частини 2

2.1. $3x^2+bx+12=0$. Дане рівняння не має коренів, якщо його дискримінант від'ємний.

$3x^2+bx+12=0; D=b^2-4\cdot3\cdot12=b^2-144<0; b^2<144; |b|<12; b\in(-12;12)$.

2.2. Середнє значення $t_c=\dfrac{3,2+3,5+4,3+4,8+5+5,6}{6}=4,4$. Медіана дорівнює

$\dfrac{4,3+4,8}{2}=4,55.$

2.3. Оскільки $a_n=a_1+(n-1)d$, то $\begin{cases}a_5=a_1+4d,\\ a_{11}=a_1+10d,\end{cases}\begin{cases}a_1+4d=-0,8,\\ a_1+10d=-5;\end{cases}$ $6d=-4,2,\ d=-0,7,$

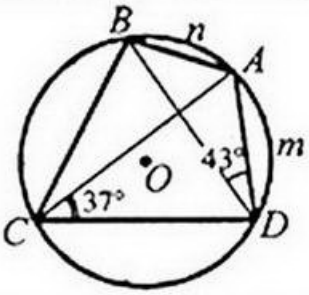
$a_1=-0,8-4\cdot(-0,7)=2.\ S_n=\dfrac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n,\ S_{20}=\dfrac{2\cdot2+(-0,7)(20-1)}{2}\cdot20=-93.$

2.4. $\dfrac{4x}{x^2+4x+4}-\dfrac{x-2}{x^2+2x}=\dfrac{1}{x};\ \dfrac{4x}{(x+2)^2}-\dfrac{x-2}{x(x+2)}=\dfrac{1}{x};\ \dfrac{4x^2-(x^2-4)-(x+2)^2}{x(x+2)^2}=0;$

$\begin{cases}4x^2-(x^2-4)-(x+2)^2=0,\\ x(x+2)^2\neq0;\end{cases}\begin{cases}2x^2-4x=0,\\ x\neq0,\ x\neq-2;\end{cases}\begin{cases}x=0,\ x=2,\\ x\neq0,\ x\neq-2;\end{cases}\ x=2.$

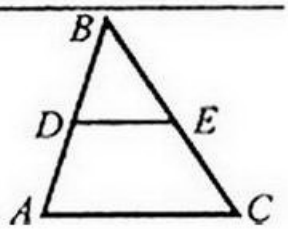
2.5. $\angle ABD=\angle ACD=37°$. З трикутника ABD:

$\angle A=180°-43°-37°=100°.$



2.6. $S_{DBE}=x.\ AC:DE=2:1;\ S_{ABC}:S_{DBE}=4:1.\ S_{ABC}=4x;$

$4x-x=27;\ x=9.\ S_{ABC}=4x=4\cdot9=36\ (\text{см}^2).$



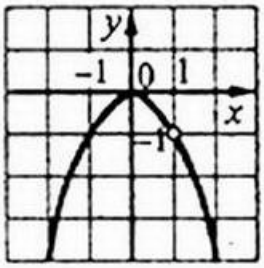
3.1. $3^{n+2}+3^n-2^{n+2}-2^n=3^n(9+1)-2^n(4+1)=3^n\cdot 10-2^n\cdot 5=3^n\cdot 10-2^{n-1}\cdot 10=10\left(3^n-2^{n-1}\right)$ — кратне 10.

http://shkilniypidruc.ucoz.ru
Книга
Відскановано та оброблено для сайту шкільної літератури

3.2. Нехай x грн — початкова ціна футбольного м'яча, а y грн — початкова ціна волейбольного м'яча. Після зміни цін вони відповідно коштували $(x-0{,}2x)$ грн і $(y+0{,}1y)$ грн. Система: $\begin{cases}2x+4y=2000,\\0{,}8x+1{,}1y=650;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1000-2y,\\0{,}8(1000-2y)+1{,}1y=650;\end{cases}$

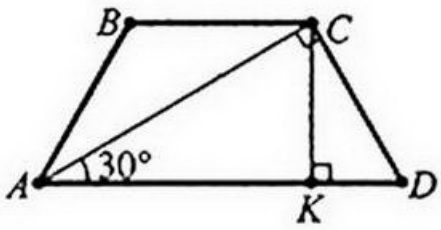
$\begin{cases}x=1000-2y,\\800-0{,}5y=650;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1000-2y,\\0{,}5y=150;\end{cases}$ $\begin{cases}x=400,\\y=300.\end{cases}$ Отже, спочатку один футбольний м'яч коштував 400 грн., а волейбольний — 300 грн. *Відповідь:* 400 грн, 300 грн.

3.3. $\dfrac{y+x^2}{(x-1)^2+(y+1)^2}=0$. Дане рівняння рівносильне системі



$\begin{cases}y+x^2=0,\\(x-1)^2+(y+1)^2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}y=-x^2,\\x\neq 1, y\neq -1.\end{cases}$ Тому графіком даного рівняння є парабола $y=-x^2$ без точки $(1;-1)$.

3.4. Нехай $ABCD$ $(AD\|BC)$ — рівнобічна трапеція, $AC\perp CD$, $\angle CAD=30°$. Коло, описане навколо трапеції, є описаним навколо прямокутного трикутника ACD, а тому AD — діаметр цього кола. $AD=2R$. Побудуємо висоту CK трапеції. З прямокутного трикутника ACD одержимо: $\angle D=90°-30°=60°$. $CD=AD\cdot\sin 30°=2R\cdot\dfrac{1}{2}=R$;



$CK=CD\cdot\sin 60°=R\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $DK=CD\cdot\cos 60°=R\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}R$. Обчислимо другу основу трапеції: $BC=AD-2KD=2R-2\cdot\dfrac{1}{2}R=R$. Отримаємо:

$S_{тр.}=\dfrac{1}{2}(AD+BC)\cdot CK=\dfrac{1}{2}(2R+R)\cdot R\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}R^2$. *Відповідь:* $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}R^2$.

4.1. Щоб дане рівняння мало 2 корені різного знаку, його дискримінант має бути додатним, а вільний член $2a + 5$, як добуток цих коренів, має бути від'ємним. Маємо:

$$\begin{cases} 4(a+1)^2 - 4(2a+5) > 0, \\ 2a+5 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 - 4 > 0, \\ 2a+5 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a < -2; \\ a > 2, \end{array}\right. \\ a < -2{,}5; \end{cases} \quad a < -2{,}5.$$

Відповідь: $a \in (-\infty; -2{,}5)$.

http://shkilnyypidruc.ucoz.ru/
Книга
Відсканована
та оброблена для вільної
шкільної
літератури
shkilnyypidruc.ucoz.ru

4.2. Загальна кількість кульок в ящику — 12+15=27. Кількість способів вийняти з цього ящика 8 кульок дорівнює C_{27}^{8}. Кількість способів вибрати 5 жовтих кульок з 12 — C_{12}^{5}, а кількість способів вибрати 3 синіх кульки з 15 дорівнює C_{15}^{3}. Шукана ймовірність дорівнює $\dfrac{C_{12}^{5} \cdot C_{15}^{3}}{C_{27}^{8}} = \dfrac{\dfrac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \dfrac{15 \cdot 14 \cdot 13}{2 \cdot 3}}{\dfrac{27 \cdot 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}} = \dfrac{56}{345}$. *В-дь*: $\dfrac{56}{345}$.

4.3. 1. Розглянемо поворот проти годинникової стрілки (рис. 1). При такому повороті квадрат $ABCD$ перетвориться у квадрат AB_1C_1B. Тому $BC_1 = AB = 1$ см.

2. Розглянемо поворот за годинниковою стрілкою (рис. 2).

При такому повороті квадрат $ABCD$ перетвориться у квадрат ADC_1D_1. Маємо $CC_1 = 2$ (см). З трикутника BCC_1 отримуємо: $BC_1 = \sqrt{BC^2 + CC_1^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Відповідь: 1 см або $\sqrt{5}$ см.

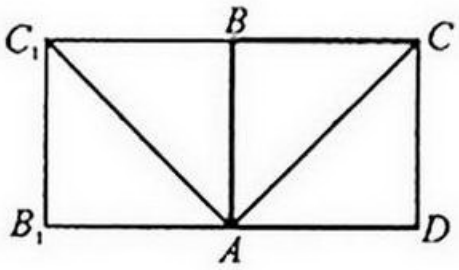


Рис. 1

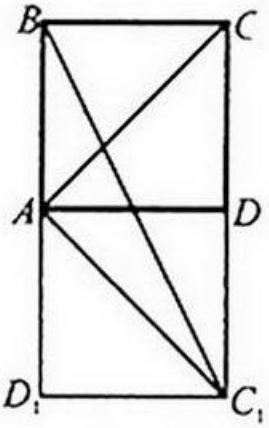


Рис. 2